

## UTILIZACIÓN DE UN MATERIAL PARA DESARROLLAR ALGUNOS TEMAS DE UN PROGRAMA DE ESTUDIO.

María Laura Ruiz ([mlrlaly@hotmail.com](mailto:mlrlaly@hotmail.com)) - Carina Maumary ([carimaumary@hotmail.com](mailto:carimaumary@hotmail.com))  
Escuela Industrial Superior Anexa a Facultad de Ingeniería Química.

### Resumen

El objetivo de esta comunicación es mostrar una propuesta de enseñanza utilizando un material concreto que nos permite desarrollar algunos temas del programa correspondiente a Matemática de 2do año de la Escuela Industrial Superior de la ciudad de Santa Fe.

Además, la selección del material tiene que ver con buscar una relación con otras asignaturas del mismo nivel, porque adherimos a que “la enseñanza de la matemática debe ser concebida, como una disciplina que debe colaborar con todas las otras, y que debe hacer aptos a los estudiantes para que puedan determinar cuándo un problema amerita ser tratado matemáticamente”.<sup>1</sup>

Gran parte de los problemas de hoy exigen un abordaje transdisciplinario que requiere de mentes creativas, abiertas y capaces de resolver situaciones problemáticas específicas desde muchas perspectivas. Esto indica que el docente debe diseñar estrategias de enseñanza basadas en una concepción cognitiva del aprendizaje, favoreciendo el tratamiento de los contenidos disciplinares “desde una perspectiva de clase reflexiva”<sup>2</sup>; en la cual el joven pueda poner en juego sus propias capacidades y posibilidades para participar activamente del proceso y construir el conocimiento.

### Desarrollo de la propuesta

Nos encontramos inmersos en un mundo cambiante, no hay dudas de que, debido a los progresos científicos, los conocimientos de las personas de hoy son muy superiores a los de hace pocas décadas atrás; y en él la misión de los educadores tiene fronteras cada vez menos definidas. Debemos estar muy atentos a la realidad para ajustar nuestras actuaciones a ella y así, poder desarrollar en nuestro grupo de alumnos los valores y actitudes necesarias para que logren desempeñarse con apertura y eficiencia en el seno de la sociedad en la cual han de vivir.

En tiempos donde el conocimiento se globaliza y la información crece a ritmo acelerado, la educación debe reevaluar constantemente sus contenidos y metodologías adaptándolos a la evolución de los cambios que se van sucediendo, que afectan tanto las condiciones materiales de vida como también el espíritu de los individuos implicados en ella.

Según afirman Gage (1985) y también Brophy y Good (1986) los docentes tienen un papel preponderante en este complejo proceso de naturaleza social. Muchas investigaciones señalan firmemente que el docente es el factor más importante, fuera de la casa, que afecta el aprendizaje y desarrollo del alumno.

---

<sup>1</sup> Rodriguez M.(2011) *Elementos epistémicos de la triada: matemática, cotidianidad y pedagogía integral*.

Revista de formación e innovación Educativa Universitaria. Vol. 4, N° 3, 177 – 191

<sup>2</sup> Litwin.E. (2000) “Las configuraciones didácticas”. Editorial Paidós. Buenos Aires. Pág. 15.

Uno de los objetivos de la educación matemática es desarrollar las habilidades del pensamiento, como un aspecto formativo para que luego se logren resolver problemas de la vida cotidiana. Debe brindar un soporte científico a las asignaturas que la complementan y utilizan como herramienta.

En esta presentación se pretende mostrar cómo a través de una propuesta concreta se puede vincular la matemática con otras asignaturas. Además de efectuar conexiones entre áreas de conocimiento diferentes, los profesores también deben reforzar el proceso de aprendizaje estimulando el interés de los alumnos para llevar a cabo actividades prácticas y experiencias. Involucrar a los alumnos en actividades de laboratorio, experimentos y trabajos de campo fuera del aula, estimula el interés y la motivación por aprender.

Considerar al contexto como un aspecto intrínseco al problema, permitiría a los alumnos imaginar la situación planteada, representarla esquemáticamente mediante un modelo y, por medio de esta modelización, llegar al resultado del problema en cuestión. Estas situaciones deben ser familiares y significativas para los alumnos. Sólo así el sentido común y las formas de razonamiento utilizadas en la vida extraescolar funcionarían como fuente de estrategias de resolución y orientadoras del quehacer matemático de los sujetos de aprendizaje.

Algunas de estas estrategias metodológicas pueden identificarse con las que el autor Crawford (2004) define como *estrategias de enseñanza contextual*, las cuales ayudan a los estudiantes a construir, elaborar y usar conocimientos en matemáticas y ciencias.

*Las palabras que identifican estas estrategias de enseñanza son las siguientes:*

- ✓ *Relación: Consiste en aprender en el contexto de las experiencias de la vida o conocimiento preexistente.*
- ✓ *Experimentación: Consiste en aprender en el contexto de exploración, descubrimiento e invención. Concretamente es aprender haciendo.*
- ✓ *Aplicación: Consiste en aprender conceptos en el contexto de su puesta en práctica.*
- ✓ *Cooperación: Consiste en aprender en el contexto de compartir e interactuar.*
- ✓ *Transferencia: Consiste en aprender en el contexto de la aplicación del conocimiento en nuevos contextos o en nuevas situaciones (no abordadas en clases).<sup>3</sup>*

Creemos que si proponemos una Matemática en contexto, donde se presenten situaciones concretas en las que la matemática aporte herramientas para su abordaje y contenidos básicos desarrollados en torno de la modelización con álgebra y funciones, la explicación y argumentación en matemática y sobre cómo estudiar matemática, favorecería el aprendizaje y comprensión de nuestros alumnos.

---

<sup>3</sup> CRAWFORD, M. (2004). *Enseñanza Contextual. Investigación, Fundamentos y Técnicas para Mejorar la Motivación y el Logro de los Estudiantes en Matemática y Ciencias*. CORD. Disponible en: <http://www.cord.org/uploadedfiles/Teaching%20Contextually%20Spanish.pdf>

A continuación se presenta el Programa analítico correspondiente a segundo año de la Escuela Industrial Superior.

### **PROGRAMA ANALÍTICO**

#### **Eje conjuntos numéricos.**

Unidad Temática 1: Números reales. Construcción de la noción de número real. Reconocimiento de números racionales e irracionales. Aproximaciones. Orden. Densidad. Continuidad. Completitud. Representación en la recta numérica. Aplicación del Teorema de Pitágoras para representar  $\sqrt{a}$ , con  $a \in \mathbb{Z}$ . +, en la recta numérica. Intervalos de números reales.

Unidad Temática 2: Expresión exacta de un número real: radical. Operaciones simples con radicales: adición, sustracción, multiplicación, división, racionalización de denominadores. Propiedades de las operaciones en  $\mathbb{R}$ . Potencia de exponente racional. Problemas.

#### **Eje Funciones.**

Unidad Temática 3: Sistemas de referencia: coordenadas cartesianas en dos y tres dimensiones, coordenadas polares. Distancia entre dos puntos en el plano. Interpretación de gráficos. Lenguaje coloquial, gráfico y simbólico. Pasaje de un lenguaje a otro para expresar una misma situación o fenómeno. Función. Dominio. Codominio. Conjunto imagen. Discriminación del tipo de variable que interviene: discreta o continua. Estudio del comportamiento de una función a través de su gráfica. Ceros de una función. Ordenada al origen.

Unidad Temática 4: Función de Proporcionalidad directa e inversa. Función lineal, pendiente y ordenada al origen. Representación gráfica a partir de estos parámetros. Obtención analítica del cero de una función lineal y de su ordenada al origen. Obtención de abscisas u ordenadas de puntos pertenecientes a la función, usando la fórmula de la función lineal.

#### **Eje Geometría.**

Unidad Temática 5: Razones y proporciones. Segmentos proporcionales. Razón áurea. Rectángulo áureo. Construcción geométrica de la espiral. Teorema de Thales. Semejanza de triángulos. Criterios de semejanza. Construcciones. Problemas. Razones trigonométricas. Relaciones entre los lados y ángulos de un triángulo rectángulo. Resolución de problemas en triángulos rectángulos. Relaciones trigonométricas simples.

Unidad Temática 6: Ángulos inscrito, semiinscrito y central, en una circunferencia. Sistema circular o radianal de medida de arcos de circunferencia.

#### **Eje Algebra.**

Unidad Temática 7: Ecuaciones e inecuaciones en  $\mathbb{R}^4$ . Propiedad fundamental de las proporciones<sup>5</sup>.

Unidad Temática 8: Sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas Métodos Analíticos: sustitución, igualación y reducción. Resolución gráfica. Clasificación de un sistema de ecuaciones según el número de soluciones. Problemas.

Unidad Temática 9: Expresiones algebraicas racionales enteras. Polinomios. Valor numérico. Raíz de un polinomio. Operaciones con polinomios. Cuadrado y cubo de un binomio. Productos especiales. Regla de Ruffini. Teorema del Resto.

---

<sup>4</sup> Estos contenidos se trabajan en forma transversal con la Unidad Temática Nº 1

<sup>5</sup> Estos contenidos se trabajan en forma transversal con la Unidad Temática Nº 5

En esta oportunidad queremos exponer la utilización de un recurso para abordar algunos de los temas del programa expuesto.

El recurso seleccionado es Formato de papel - DIN 476 dado que *"En contextos tecnológicos modernos encontramos medidas muy útiles que no encajan con el Sistema Métrico Decimal. Un caso paradigmático es el de las medidas DIN para los formatos de papel. Aunque existen formatos de papel muy diversos, como el folio, la cuartilla, la holandesa, etc. el más extendido por su uso es el DIN A 4 (210 mm x 297 mm)."*<sup>6</sup>

El motivo principal de la elección es porque nuestros alumnos lo usan a diario y porque encontramos una conexión con materias como Dibujo técnico y morfológico y, con las asignaturas de diseño en la especialidad Construcciones. Consideramos que la matemática se encuentra explícita o implícitamente en cualquier especialidad científica ya que es una creación humana y tiene un lenguaje universal. Como recurso didáctico se puede utilizar la relación con otras ciencias de manera atractiva para enriquecer la enseñanza, que los conocimientos no se den de manera aislada, mostrando su aplicación.

Se presenta a continuación la primera actividad a desarrollar con los alumnos:

Actividad 1:

### FORMATO DE PAPEL - DIN 476



La norma DIN 476 del Instituto Alemán de Normalización (Deutsches Institut für Normung en alemán), editada en 1922, trata de los formatos de papel y ha sido adoptada por la mayoría de los organismos nacionales de normalización europeos. Su contenido es equivalente al de la norma internacional ISO

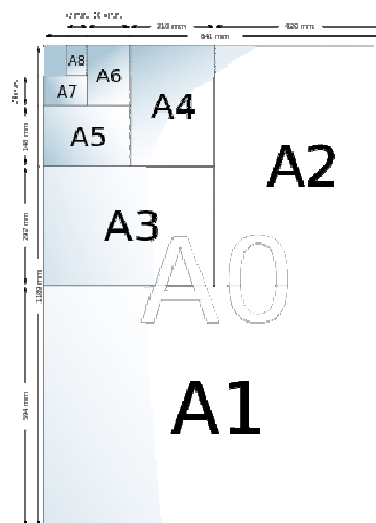
216. La mayoría de las máquinas digitales y fotocopiadoras, tanto para su uso particular o industrial, están diseñadas para utilizar formatos de papel de la norma DIN.

El formato de papel de dibujo de la serie-A se basa en los siguientes principios:

- Los distintos tamaños de papel tienen que tener la misma proporción entre su lado mayor y menor.
- Dos tamaños de papel sucesivos tienen que ser uno el doble de superficie que el otro, de modo que cortando un formato se obtienen dos iguales del formato siguiente.
- El A<sub>0</sub> tiene una superficie de un metro cuadrado.



Para verificar el primer principio, mide las dimensiones de distintos tamaños de papel de dicho formato, completa la siguiente redondeando las longitudes al milésimo:



<sup>6</sup> Guevara I. - Puig C. (2011) "Las medidas del mundo" RBA Coleccionables SA

| Hoja | A (ancho aprox. en cm) | L (largo aprox. en cm) | $\frac{L}{A}$ |
|------|------------------------|------------------------|---------------|
| A2   |                        |                        |               |
| A3   |                        |                        |               |
| A4   |                        |                        |               |
| A5   |                        |                        |               |
| A6   |                        |                        |               |
| A7   |                        |                        |               |
| A8   |                        |                        |               |

Para generalizar lo obtenido se trabaja con los alumnos la siguiente demostración:

Partiendo de un formato de lados a y b, el formato superior tendrá 2a por b, para que la proporción entre sus lados sea la misma tendrá que cumplirse que:

$$\frac{b}{a} = \frac{2a}{b}$$

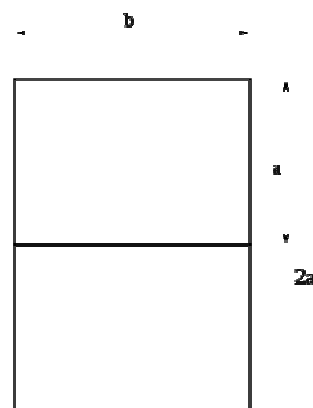
Esto es:

$$b^2 = 2a^2$$

$$\frac{b^2}{a^2} = 2$$

$$\left(\frac{b}{a}\right)^2 = 2$$

$$\frac{b}{a} = \sqrt{2}$$



¿A qué conjunto numérico pertenece el resultado del cociente b/a?

Si la proporción entre el lado mayor y el lado menor es raíz cuadrada de dos, cortando un formato en dos iguales esta proporción se conserva.

Con la actividad anterior podemos introducir los números irracionales que corresponde a la unidad temática 1 y el concepto de proporción correspondiente a la unidad temática 5 del programa.

Se retoman las propiedades de potenciación en relación con el álgebra y también se apunta a desarrollar las siguientes capacidades.

- ✓ Capacidad para la comprensión de los enunciados que se leen. Capacidad que el sujeto tiene para interpretar adecuadamente la información contenida en un texto escrito, incluso a nivel de instrucciones o indicaciones.
- ✓ Capacidad de abstracción reflexiva. Se refiere a la capacidad del individuo de abstraer con criterio lógico mediante la asociación de características, como forma, tamaño, color, posición entre otras, en conjuntos o series de elementos numéricos o gráficos. Asimismo,

corresponde a la capacidad para interiorizar conceptos que no son tangibles o concretos, tales como número, conjuntos de números, puntos, líneas, superficies, etc.

- ✓ Capacidad para establecer relaciones. Se refiere a la capacidad del sujeto para apreciar diferencias y semejanzas en las relaciones que existen entre los elementos de conjuntos dados.
- ✓ Capacidad para realizar generalizaciones. Se refiere a la capacidad del sujeto para pasar de lo particular a lo general. Esto es, extrapolar una propiedad de un conjunto menor a un conjunto mayor que contiene al anterior y en el que también se verifica la propiedad.

Pasar de la actividad de completar la tabla, luego de un proceso de medición, a la demostración, no tan rigurosa, hace que los alumnos transiten de un esquema experimental a uno más algebraico. Se pretende que el desarrollo de la demostración en matemática se trabaje de manera progresiva, que los alumnos vayan evolucionando a esquemas más complejos en razonamientos lógicos como ser la reducción al absurdo.

Actividad 2:

Demuestra que la raíz cuadrada de dos es irracional

El método que vamos a utilizar para la demostración es el de la *reducción al absurdo*. Este método consiste en suponer que se cumple una hipótesis, hacer operaciones verdaderas con ella y si se llega a un absurdo es que lo que habíamos supuesto, al inicio, era falso.

La demostración comienza suponiendo que raíz de 2 es racional y acabará en algo contradictorio. Si es racional debe ser igual a una fracción que suponemos irreducible, así:

$$\sqrt{2} = \frac{p}{q} \quad \text{con } q \neq 0$$

En esta fracción, p y q no tienen factores comunes y por tanto son primos entre sí. Elevamos al cuadrado y operando queda:

$$2 = \frac{p^2}{q^2} \Rightarrow 2q^2 = p^2$$

Por tanto  $p^2$  debe ser múltiplo de 2, lo que implica que p también es un múltiplo de 2. Es decir,  $p = 2k$  para un cierto k.

Sustituimos este valor de p en la expresión anterior y simplificamos:

$$2q^2 = (2k)^2 \Rightarrow q^2 = 2k^2$$

Esa expresión nos asegura que  $q^2$  es múltiplo de 2, y por tanto también lo es q. Y aquí está el absurdo: habíamos supuesto que p y q no tenían factores comunes y hemos llegado a que los dos son múltiplos de 2, es decir, que tienen al 2 como factor común. Esa es la contradicción que buscábamos.

Conclusión: Raíz de 2 no es racional.

Se considera que el alumno debe tener un rol protagónico en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Las prácticas docentes se planifican con el objetivo que sea él mismo quien construya sus propios conocimientos considerando una perspectiva holística, y que el docente

seleccione las estrategias metodológicas adecuadas para que se obtengan aprendizajes significativos. Es muy importante que el alumno vaya logrando cada vez más autonomía y autorregulación en sus procesos de aprendizaje, como así también en la comunicación oral y escrita de los conocimientos de los que se apropia.

### Actividad 3:

Calcula las dimensiones exactas de una hoja con formato A4. Las siguientes preguntas te orientarán para resolver la situación:

- ¿Recuerdas la superficie de la hoja con formato A0? ¿Qué superficie tiene una hoja con formato A4?
- ¿Cuál es la razón entre las dimensiones de las hojas con formato D.I.N.?

Con la actividad anterior podemos introducir Sistema de Ecuaciones con dos incógnitas que corresponde a la unidad temática 8 y el concepto de racionalización correspondiente a la unidad temática 2 del programa.

### Actividad 4: "Rectángulos dinámicos de raíz cuadrada".

De manera similar al rectángulo con sección dorada, los rectángulos con raíz cuadrada se conocen como rectángulos dinámicos, porque ambos producen una variedad de subdivisiones y combinaciones armónicas que están siempre relacionadas con las proporciones del rectángulo original. El proceso de subdivisión armónica consiste en dibujar diagonales y después dibujar una red de líneas paralelas y perpendiculares. El rectángulo de raíz cuadrada siempre se subdividirá en un número igual de recíprocos.

Construye rectángulos dinámicos de raíz cuadrada e investiga su aplicación en el Diseño.

Con la actividad se pretende que los alumnos logren emplear correctamente los instrumentos de geometría y utilizar software específicos de geometría como por ejemplo Geogebra y desarrollar y consolidar en cada estudiante las capacidades de estudio, aprendizaje e investigación, de trabajo individual y en equipo, de creatividad, de esfuerzo, iniciativa y responsabilidad, como condiciones necesarias para el acceso al mundo laboral, los estudios superiores y la educación a lo largo de toda la vida.

Se reconoce la importancia de la incorporación de las Nuevas Tecnologías de la Información y Comunicación (NTIC) en el aula.

- *La habilidad en el uso de las NTIC es una competencia genérica que todo estudiante debe adquirir (Proyecto Tuning América Latina para el área de Matemática).*
- *El buen empleo de las NTIC como soporte didáctico favorece:*

- la motivación, pues los alumnos pueden lograr una mejor interacción con los objetos de estudio, ya que este sistema de información exige del mismo una participación activa y a la vez atractiva. (Kozma & Schank, 2000).
- la comprensión de conceptos matemáticos mediante las imágenes y representaciones que ofrecen (Perkins- Gardner 1999, proyecto cero).
- la aplicación de procesos de modelización, fundamentales en el momento de pretender dar sentido a los conceptos matemáticos (María Salett Biembengut- 2000)

Esto último tiene que ver con lo que en el entorno educativo se conoce como TAC (Tecnologías del Aprendizaje y del Conocimiento). Las TAC tratan de orientar las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) hacia unos usos más formativos, tanto para el estudiante como para el profesor, con el objetivo de aprender más y mejor. Se trata de incidir especialmente en la metodología, en los usos de la tecnología y no únicamente en asegurar el dominio de una serie de herramientas informáticas. Se trata en definitiva de conocer y de explorar los posibles usos didácticos que las TIC tienen para el aprendizaje y la docencia. Es decir, las TAC van más allá de aprender meramente a usar las TIC y apuestan por explorar estas herramientas tecnológicas al servicio del aprendizaje y de la adquisición de conocimiento.<sup>7</sup>

Actualmente tanto los contextos sociales, como laborales, culturales y lúdicos se caracterizan por la multiplicidad y fragmentación de saberes, la constitución de redes, trabajo multidisciplinario y colaborativo. Por lo tanto necesitamos formar ciudadanos críticos que puedan objetivar y organizar la información y los conocimientos a los que acceden, problematizar sus fuentes, abordar discursos, y trabajos fruto de diversas disciplinas y entornos culturales; y en este contexto, ser capaces de elaborar productos socialmente significativos.

Y es en este marco, donde la incorporación de tecnologías con computadoras portátiles supondrá revisiones y cambios en las estrategias de enseñanza, y la apertura al desarrollo de habilidades cognitivas que permitan otras destrezas y habilidades, propiciando un aprendizaje en red y colaborativo que deberá ser orientado por el docente.

En síntesis, se pretende *Educar Matemáticamente* al alumno, para que él logre elaborar estrategias y generar el modelo matemático apropiado que le permita resolver situaciones problemáticas. Sólo así, posteriormente, será capaz de seleccionar las herramientas matemáticas adecuadas para resolver los problemas específicos de la especialidad.

---

<sup>7</sup> Vivancos, Jordi. “La competència digital i les TAC”. Gener, 2009 citado el artículo de Lozano, Roser. “Las ‘TIC/TAC’: de las tecnologías de la información y comunicación a las tecnologías del aprendizaje y del conocimiento”. Anuario ThinkEPI, 2011, v. 5.



Se acuerda, al fin, con la expresión del Matemático Luis Santaló (1990): “(...) *la enseñanza de la Matemática debe contemplar su aspecto “informativo”, que consiste en dar los elementos que se estimen necesarios para desenvolverse en la vida o que necesiten otras ciencias para su comprensión y desarrollo, y el aspecto “formativo”, para enseñar a pensar, fomentar el espíritu crítico y practicar el razonamiento lógico*”.

#### Bibliografía:

- Rodríguez M.(2011) *Elementos epistémicos de la triada: matemática, cotidianidad y pedagogía integral*. Revista de formación e innovación Educativa Universitaria. Vol. 4, N° 3, 177 – 191
- Litwin.E. (2000) “Las configuraciones didácticas”. Editorial Paidós. Buenos Aires. Pág. 15.
- Crawford, M. (2004). *Enseñanza Contextual. Investigación, Fundamentos y Técnicas para Mejorar la Motivación y el Logro de los Estudiantes en Matemática y Ciencias*. CORD. Disponible en: <http://www.cord.org/uploadedfiles/Teaching%20Contextually%20Spanish.pdf>
- Guevara I. - Puig C. (2011) "Las medidas del mundo" RBA Coleccionables SA
- Vivancos, Jordi.( 2009) “La competencia digital i les TAC”. Gener, citado el artículo de Lozano, Roser. “Las ‘TIC/TAC’: de las tecnologías de la información y comunicación a las tecnologías del aprendizaje y del conocimiento”. Anuario ThinkEPI, 2011, v. 5.
- <http://mimente.com.mx/blog/aplicaciones-geometricas-en-la-estructura-2/>