GUÍA DE REVISIÓN DE CONTENIDOS DE MATEMÁTICA

PARA CUARTO AÑO 2020 - ESPECIALIDAD MECÁNICA ELÉCTRICA-

AÑO 2020

REVISIÓN DE CONTENIDOS CONCEPTUALES

A continuación te proponemos una serie de actividades que te servirán para que puedas realizar un repaso de los conceptos trabajados en años anteriores, para esto puedes utilizar el material utilizado en Matemática III (en cada actividad se cita la página donde se aborda el contenido a rever) o buscar tus propias fuentes (recordá citar la fuente).

1) Respondé: ¿Cuándo una relación entre dos conjuntos es función? *(Pág. 8)*

2) Explicá qué es:
   a) El dominio de una función.
   b) El codominio de una función.
   c) El conjunto imagen.
   d) La ley de formación. *(Pág. 9)*
   e) El intervalo de crecimiento de una función. (*Pág. 11*)
   f) El máximo absoluto de una función. (*Pág. 12*)
   g) El intervalo de negatividad de una función. (*Pág. 14*)

3) Definí raíz y ordenada al origen de una función. (*Pág. 14*)

4) Responde: ¿Cuáles son las características de una función lineal? (*Pág. 17*)

5) Si dos rectas son perpendiculares, respondé: a) ¿Qué se puede afirmar acerca de sus parámetros? (*Pág. 18*)
b) ¿En cuánto difieren sus ángulos de inclinación? (*Pág. 19*)

6) Conociendo dos puntos que pertenecen a la gráfica de una función lineal, explicá cómo se puede hallar la expresión de dicha función. (*Pág. 20*)

7) Dada la función f(x), explicá el método que se utiliza para estimar $f(x_0)$ sabiendo que x_0 pertenece al intervalo [a; b]. (*Pág.27*)

8) Dada una función cuadrática:
   a) Escribí la forma polinómica de la misma y explicá cómo obtener: el vértice, el eje de simetría, las raíces y la ordenada al origen. (*Pág. 38 – 47*)
   b) Escribí la forma factorizada de la misma y explicá cómo pueden obtenerse los intervalos de positividad y negatividad de la misma. (*Pág. 47*)
   c) Escribí la forma canónica de la misma, describí los parámetros presente en la ecuación y las transformaciones que generan en la curva de la función $y = x^2$. (*Pág. 41*)
   d) Analizá cuál es la interpretación gráfica de los posibles valores de su discriminante. (*Pág. 46*)

9) Respondé:
   a) ¿Qué condiciones se deben cumplir para que un polinomio sea primo? (*Pág. 60*)
   b) ¿Cuándo un polinomio está completamente factorizado? (*Pág. 60*)
   c) ¿Qué significa que un polinomio esté factorizado? (*Pág. 60*)

10) Completá las siguientes igualdades de modo que sean identidades (*Pág. 61 – 65*). Nombrá los casos de factorización utilizados:

a) $n \cdot a + n \cdot b =$ ....

b) $ac + ad + bc + bd =$ ....

c) $a^2 + 2ab + b^2 =$ ....

d) $a^2 - b^2 =$ ....

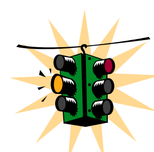
11) Respondé: ¿con qué fin utilizamos el teorema de Gauss? ¿Qué condiciones debe cumplir un polinomio para poder aplicarlo? (*Pág. 66*)

12) Definí:
- a) Expresión algebraica racional fraccionaria(*Pág. 75*)
- b) Dominio de una expresión algebraica fraccionaria (*Pág. 76*)

13) Respondé:
- a) ¿De qué formas se puede expresar un número complejo?
- b) ¿Cómo se puede expresar en forma binómica $\sqrt{-a}$, con $a > 0$?
- c) ¿Qué características tiene el conjugado de un número complejo?
- d) ¿Qué característica tienen las raíces complejas de un polinomio? (*Pág.93*)

Resolvé las siguientes actividades. Controla las respuestas y consulta tus dudas la primera semana de clases.

¡Recuerda las propiedades para resolver ecuaciones!



1. Despejá los valores de x de cada igualdad.

a) $ax - \frac{1}{3} = 2x$ b) $3m(5x+1) = 10 + 3m$

c) $m^2x + x = m^3 + mx + 1$ d) $\frac{a}{x} - 2 = \frac{b}{x}$

e) $\frac{x+2}{x-a} = m$ f) $a = \frac{x}{1+x}$

2. Despejá de las siguientes fórmulas la variable indicada y completa.

a) Si $S = \frac{a - rL}{1 - r} \Rightarrow r =$ ....

b) Si $f = R \cdot C \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2}\right) \Rightarrow n =$ ....

c) Si $E_M = m \cdot g \cdot h + m \cdot \frac{v^2}{2} \Rightarrow m =$ ....

d) Si $\sigma + \frac{N \cdot e}{b \cdot h^2} = \frac{N}{b \cdot h} \Rightarrow N =$ ....

3. La potencia mecánica es la rapidez con la que se realiza un trabajo: $P = \frac{T}{t}$, donde:

P = potencia en J/s =W (watts)

T = trabajo realizado en joules (J)

t = tiempo en que se realiza el trabajo en segundos (s).

Además de Watts, todavía se emplea otra unidad práctica: el *caballo de fuerza (hp)*, sabiendo que 1[hp] = 746 [W].

Teniendo en cuenta esto resolvé:

Para tener en cuenta…

El caballo de fuerza se utiliza mucho en la actualidad, y compara la cantidad de trabajo que puede producir un motor en un determinado tiempo, con el trabajo que puede producir un caballo. Equivale al esfuerzo que hace un caballo para levantar a un metro de altura, en un segundo, un peso cuya magnitud es de 75kg.

a) ¿Cuál es la potencia mecánica de un motor que realiza un trabajo de 150000[J] en 4[s]? Expresa el resultado en watts y en caballos de fuerza.
b) Un motor de 10 [hp1] se pone a funcionar durante 15 [min], ¿qué cantidad de trabajo produce en joules?
c) Un motor efectúa un trabajo de 45000[J] en 0,1 [min]. Determiná la potencia mecánica en watts y kilowatts.

4. Hallá el conjunto solución de las siguientes ecuaciones:

$a)\ (x-1)^2+2x+3\cdot(2-x)=(2x-1)^2$

$b)\ \frac{1-x}{x}+\frac{2x}{x-1}=\frac{2+x}{x}$

$c)\ \frac{x^2}{x^2-4}+\frac{3}{x+2}=\frac{2x}{2x-4}$

$d)\ \frac{2x}{3+2x}-\frac{5-3x}{3-2x}+\frac{1}{3+2x}=\frac{2\cdot(x-3)^2}{9-4x^2}$

5. Efectuá las siguientes operaciones y expresa el resultado en su mínima expresión.

a) $\frac{x+2}{x^2-\frac{x}{2}}\cdot\frac{x^3-\frac{x}{4}}{x^3+8}\cdot\frac{x^2-2x+4}{x+\frac{1}{2}}$

b) $\frac{a^4-16}{ax-2x+ay-2y}:\frac{a^2+4}{2(x+y)}$

c) $\left(\frac{a-2}{a-1}-\frac{a-3}{a+3}\right)\cdot\frac{a^2-a+3(a-1)}{25a^2-81}$

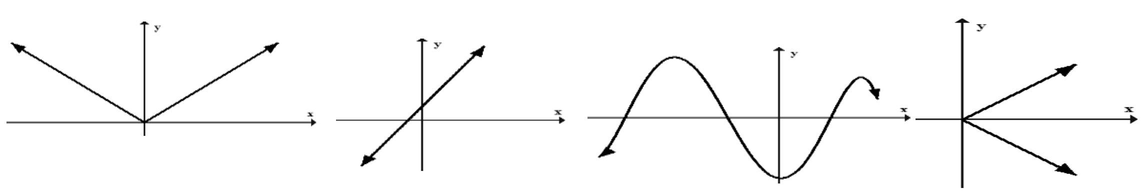
d) $(26x+6)\left(3x-\frac{2x+3}{5}\right)\left(\frac{25}{169x^2-9}\right)$

6. Sea ABCD un cuadrado de lados $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DA}=12[u]$, E el punto medio de $\overline{DA}$ y F el punto medio de $\overline{BC}$. Se trazan los segmentos $\overline{EF}$, $\overline{AC}$ y $\overline{BE}$, que dividen al cuadrado en 6 regiones. Calculá el área de cada una de estas regiones.

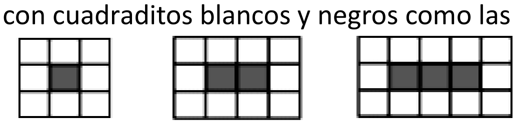
7. Analizá si las siguientes fórmulas representan funciones de $\Re \to \Re$

a) f(x) = 3x – 1 b) g(x) = $\sqrt{x}$ c) h(x) = $\sqrt[3]{x}$ d) k(x) = $\frac{x}{(x-1)\cdot(x+3)}$ e) t(x) = $x^3 + x - 1$

8. De los siguientes subconjuntos de $\Re^2$ indica cuáles corresponden a funciones de $\Re \to \Re$. Justificá tu respuesta.

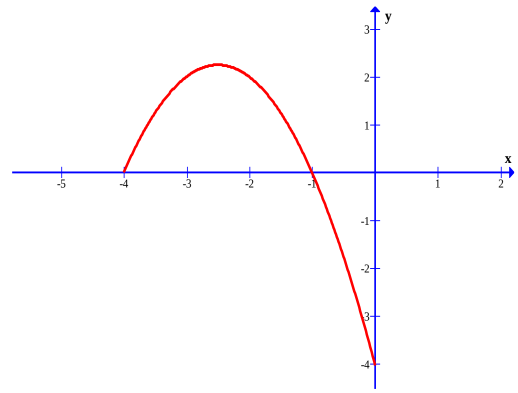


9. Homero está fabricando alfombras con cuadraditos blancos y negros como las siguientes



a) Indicá una fórmula que relacione la cantidad de cuadraditos blancos en función de la cantidad de cuadraditos negros.
b) ¿Cuántos cuadritos verdes tendrá una alfombra con 7 cuadraditos negros? ¿Por qué?

c) ¿Puede fabricar una alfombra de 75 cuadraditos blancos? ¿Por qué?



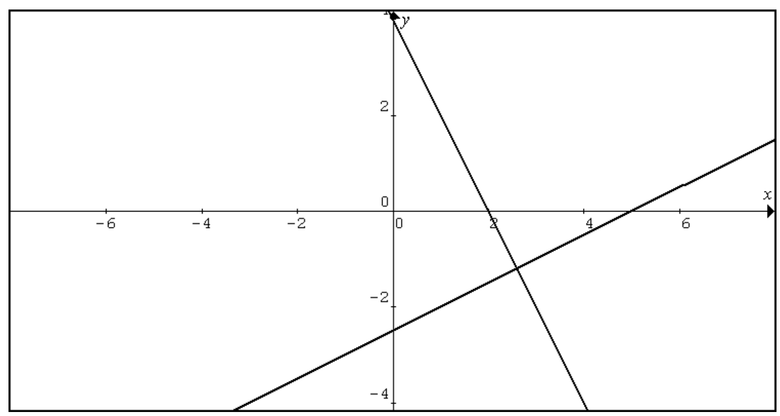
10. Sea la función cuadrática $y = f(x)$, dada por el gráfico de la izquierda:

a) Indica las abscisas para las cuales f(x) =0.
b) Sabiendo que en la función dada, el coeficiente principal es igual a –1, escribí la expresión factorizada de la función.
c) Determiná el valor máximo de la función.
d) Escribí el dominio y el conjunto imagen de la función.
e) Expresá como intervalo real todas las abscisas para las cuales f(x) < 0.

11. a) Hallá las ecuaciones explícitas de las rectas $\vec{r}$ y $\vec{s}$, teniendo en cuenta los siguientes datos:

* Las rectas se cortan en el punto $\left(\frac{13}{5}, -\frac{6}{5}\right)$
* La recta $\vec{r}$ corta al eje de abscisas en x = 5
*En la recta $\vec{s}$, por cada unidad que aumenta la abscisa, la ordenada disminuye 2.

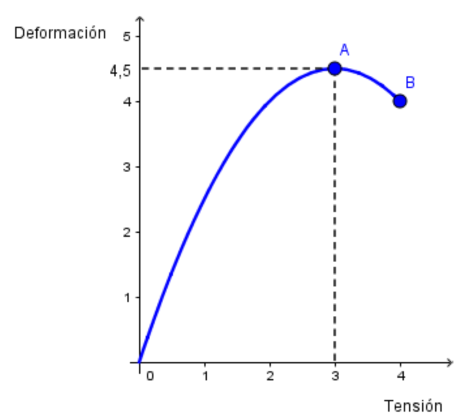
b) Respondé: ¿cuál es la posición relativa de ambas rectas?



12. La resistencia de materiales es una rama de la mecánica aplicada que estudia el comportamiento de los cuerpos sólidos sometidos a varios tipos de carga. La imagen de la derecha muestra la gráfica de la función que relaciona la deformación del material en función de la tensión aplicada (medida en Mpa), para cierto tipo de tuercas. La misma responde a un tramo cuadrático.

a) Determiná la ecuación, en forma polinómica, de la función que la modeliza sabiendo que el punto A es el vértice de la misma.

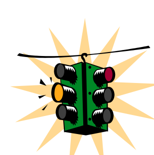
b) Hallá, analíticamente, la abscisa del punto B sabiendo que su ordenada es 4.



13. Dadas las siguientes funciones, para cada una de ellas:

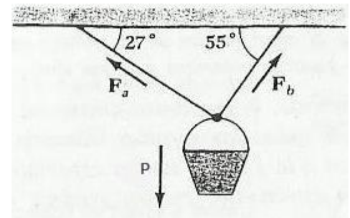
a) Determiná el dominio.
b) Realizá la gráfica cartesiana.
c) Determiná (si existen): el conjunto imagen; la ordenada al origen; los ceros; los intervalos de positividad y de negatividad; de crecimiento y de decrecimiento.

$$f_1 : R \to R / y = f_1(x) = -x^2 + 2x - 1$$
$$f_2 : R \to R / y = f_2(x) = x^3 + 1$$
$$f_3 : (-5;3] \to R / y = f_3(x) = \frac{2x-9}{3}$$
$$f_4 : R \to R / y = f_4(x) = -(x+1)^2 + 5$$

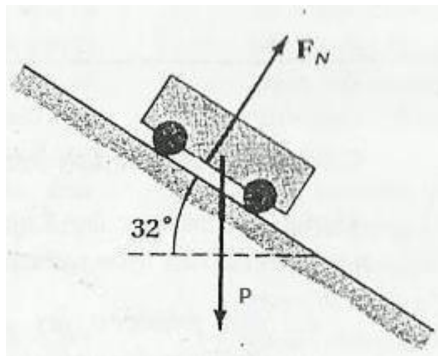


Puedes usar un software para verificar las gráficas de las funciones

14. Como se muestra en la figura, un cubo de masa $m = 8{,}4[kg]$ se suspende de dos cuerdas tales que su peso es mucho menor que la fuerza que ejercen. Podemos suponer que cuando sujetan el cubo, las cuerdas están rectas. Determiná la tensión de las cuerdas *a* y *b*.

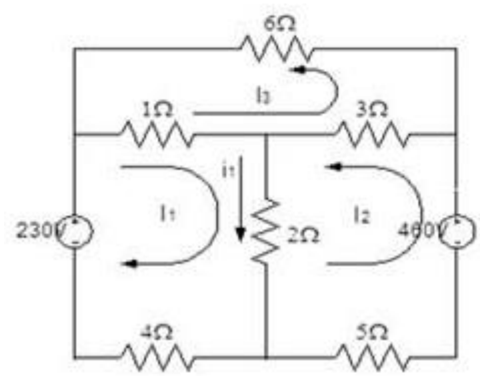


15. Una carretilla con ruedas pequeñas y con rodamientos bien lubricados es soltada desde el reposo como se muestra en la figura. La masa de la carretilla es de $1{,}3[kg]$. Determiná el módulo de la fuerza ejercida por la superficie sobre la carretilla.



16. Las leyes de Kirchhoff describen el comportamiento de la corriente en un nodo y del voltaje alrededor de una malla.

Mediante el uso de estas leyes, se puede mostrar que las corrientes que pasan por las ramas del circuito que se encuentra a la derecha, satisfacen el siguiente sistema:



$$\begin{cases} 7I_1 + 2I_2 + I_3 = 230 \\ 2I_1 + 10I_2 - 3I_3 = 460 \\ I_1 - 3I_2 + 10I_3 = 0 \end{cases}$$

Hallá los valores de I_1, I_2 e I_3.

17. En una fábrica de tornillos existen tres máquinas (A, B y C) que juntas producen 84 tornillos por día. El doble de la producción de la máquina A es igual a la tercera parte de la producción de las otras 2 máquinas juntas. La máquina B produce 12 piezas más que la mitad de la producción de las otras 2 juntas. Respondé: ¿cuál es la producción diaria de cada máquina?

18. Calculá la impedancia total Z de un circuito en paralelo sabiendo que $\frac{1}{Z} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}$, donde $Z_1 = R_1 - X_C i$; $Z_2 = R_2 + X_L i$ y siendo $R_1 = 3\ \Omega$, $R_2 = 3\ \Omega$, $X_C = 5\ \Omega$, $X_L = 2\ \Omega$.

19. Resolvé la siguiente operación: $i \cdot (3i - 5i) \cdot (2i + i) + \frac{4 + 2i}{2 + i}$

20. Averiguá, analíticamente, el número complejo z para el cual se cumple la siguiente igualdad: $\frac{z + i}{z - 2} = 2i$

21. Resolvé: $(1 + i)^{10}$

RESPUESTAS

1. a) $x = \frac{1}{3(a-2)}$ b) $x = \frac{2}{3m}$ c) $x = m+1$

d) $x = \frac{a-b}{2}$; a≠b; x≠0 e) $x = \frac{ma+2}{m-1}$ f) $x = \frac{a}{1-a}$

2. a) $r = \frac{S-a}{S-L}$ b) $n = \pm\sqrt{\frac{4RC}{RC-4f}}$ c) $m = \frac{E_M}{gh+\frac{v^2}{2}}$ d) $N = \frac{\sigma bh^2}{h-e}$

3. a) 37500[W] ≅ 50,27[hp]

b) T = $6,7 \cdot 10^6$ [J]

c) 7500[W] = 7,5[kW]

4. a) $C.S = \left\{\frac{-1+\sqrt{73}}{-6};\frac{-1-\sqrt{73}}{-6}\right\}$ b) $C.S. = \{-1\}$ c) $C.S. = \{6\}$ d) $C.S. = \{2\}$

5. a) 1 b) $2(a+2)$ c) $\frac{1}{5a+9}$ d) 10.

6. $A_1 = 54[u^2]$ $A_2 = 18[u^2]$ $A_3 = 6[u^2]$ $A_4 = 12[u^2]$ $A_5 = 24[u^2]$ $A_6 = 30[u^2]$

7. a) Sí (función lineal) b) No. Para que lo sea: $Dom = [0;\infty)$ c) Sí

d) No. Para que lo sea: $Dom = \Re - \{-3;1\}$ e) Sí (función cúbica)

8. a) Sí b) Sí c) Sí d) No. No cumple con las condiciones de existencia y de unicidad de imagen.

9. a) y = 2x+6 b) i) 20 ii) No

10. a) *x=-4 x=-1* b) *f(x) = -1 (x+4) (x+1)* c) *y = 2,25* d) Dom= [-4;0] CI = [-4;2,25] e) (-1;0)

11. a) r: $y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$ s: $y = -2x+4$ b) Son rectas perpendiculares.

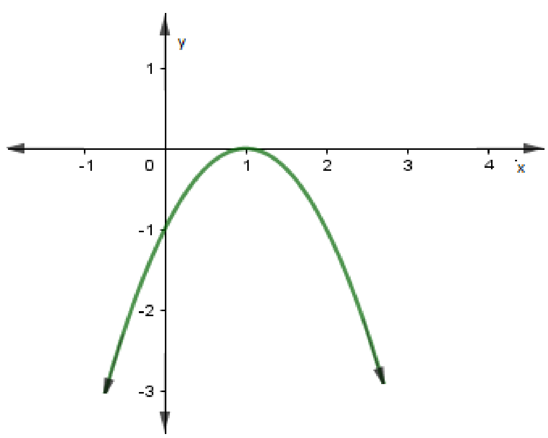
12. a) $-\frac{x^2}{2} + 3x$ b) 4

13.

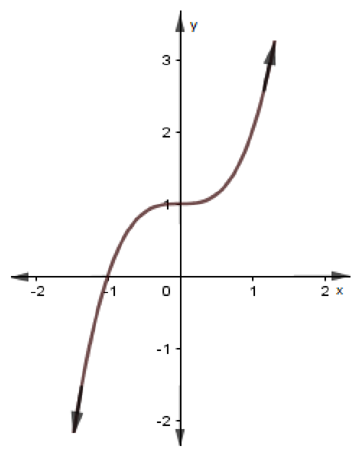
	f_1	f_2	f_3	f_4
Dom	R	R	$(-5;3]$	R

CI	$(-\infty;0]$	R	$\left(-\frac{19}{3};-1\right]$	$(-\infty;5]$
Ord. origen	y=-1	y=1	y=-3	y=4
Ceros	x=1	x=-1	No tiene	$x_1=\sqrt{5}-1$ $x_2=-\sqrt{5}-1$
Crecimiento	$(-\infty;1)$	$(-\infty;\infty)$	$(-5;3]$	$(-\infty;-1)$
Decrecimiento	$(1;\infty)$	No tiene	No tiene	$(-1;\infty)$
Positividad	No tiene	$(-1;\infty)$	No tiene	$\left(-\sqrt{5}-1;\sqrt{5}+1\right)$
Negatividad	$(-\infty;1)\cup(1;\infty)$	$(-\infty;-1)$	$(-5;3]$	$\left(-\infty;-\sqrt{5}-1\right)$ $\left(\sqrt{5}-1;\infty\right)$
Ec. Asíntotas	No tiene	No tiene	No tiene	No tiene

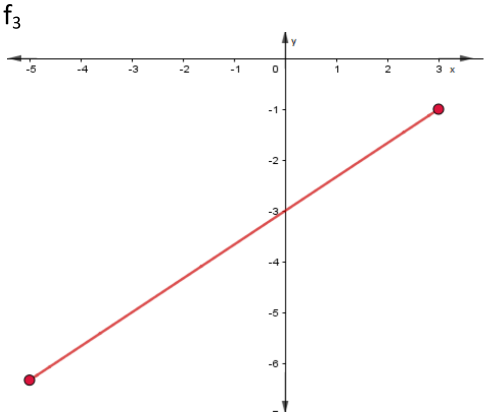
f_1



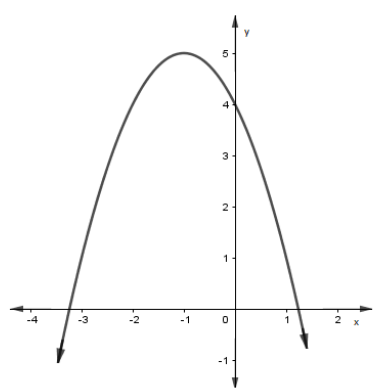
f_2



f_3



f_4



14. $F_a = 48[N]$ $F_b = 74[N]$

15. $F_N = 11[N]$

16. I_1 = 18 [A], I_2 = 46 [A], I_3 = 12 [A]

17. A = 12 B = 36 C =36

18. $\frac{47}{15} + \frac{1}{15}i$

19. 2 + 6i

20. 2 - i

21. $32i$