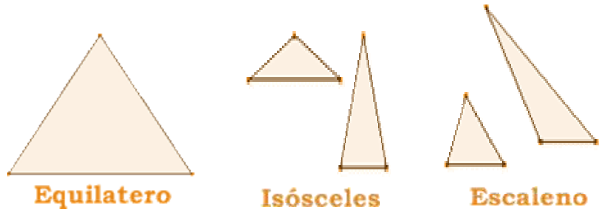
UNIDAD: TRIGONOMETRÍA

Trigonometría

Índice

Clasificación de los triángulos.



Según sus lados:

- Equilátero (tres lados iguales)
- Isósceles (dos lados iguales)
- Escaleno (tres lados desiguales)

Según sus ángulos:

- Acutángulo (3 ángulos agudos)
- Obtusángulo (1 ángulo obtuso)
- Rectángulo (1 ángulo recto)

Criterio de igualdad de triángulos:

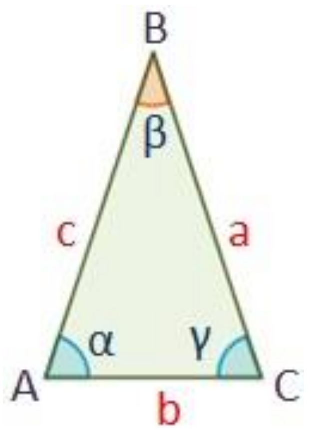
- 1º Criterio: Dos triángulos son iguales si tienen dos pares de lados y los ángulos comprendidos por dichos lados, respectivamente iguales.
- 2º Criterio: Dos triángulos son iguales si tienen un lado y los ángulos adyacentes al mismo, respectivamente iguales.
- 3º Criterio: Dos triángulos son iguales si tienen sus tres lados, respectivamente iguales.

Para recordar:

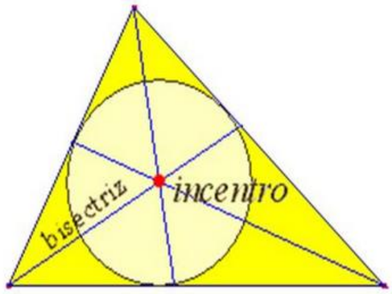
- Todo lado debe ser menor que la suma de los otros dos.
- Todo lado debe ser mayor que la diferencia de los otros dos.
- La suma de los ángulos interiores es igual a 180 grados.
- En todo triángulo, un ángulo exterior es igual a la suma de los dos ángulos interiores no adyacentes.

Resolución de Triángulos

Resolver un triángulo es encontrar la medida de **todos** sus elementos, es decir sus tres lados y sus tres ángulos. Si el triángulo es rectángulo, es suficiente tener como datos las medidas de dos de sus elementos, de los cuales uno debe ser necesariamente un lado, para poder resolver el triángulo.



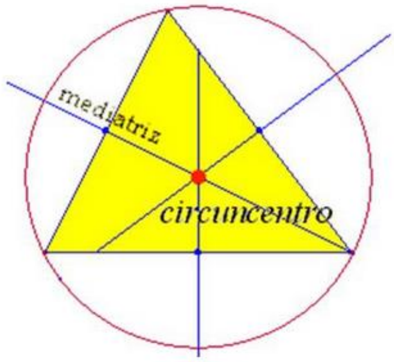
Elementos notables de un triángulo



Bisectriz es la semirrecta que divide a un ángulo en dos partes iguales.

Incentro es el punto de intersección de las tres bisectrices de un triángulo. Es el centro de la circunferencia inscrita.

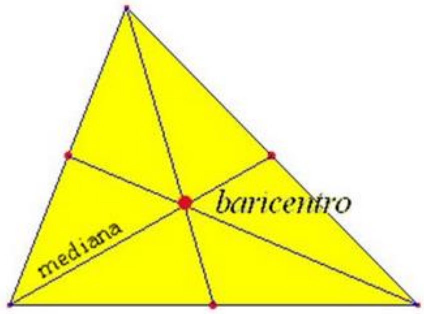
Propiedad: La circunferencia inscrita es tangente a los tres lados del triángulo.



Mediatriz de un segmento es la recta perpendicular al mismo en su punto medio.

Circuncentro es el punto de intersección de las tres mediatrices de un triángulo. Es el centro de la circunferencia circunscrita.

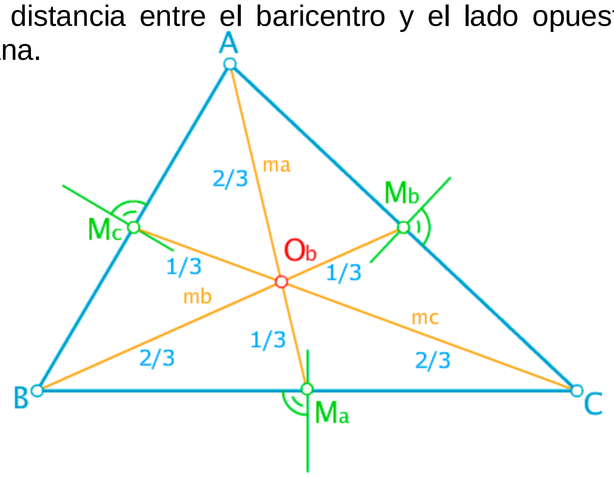
Propiedad: La circunferencia circunscripta pasa por los tres vértices del triángulo.

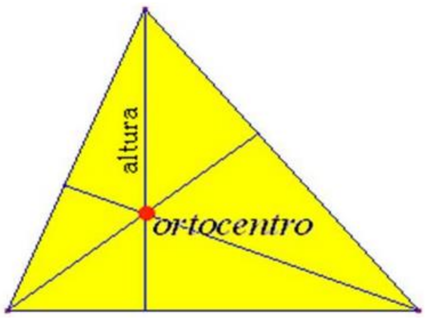


Mediana es una recta que une el punto medio de un lado con el vértice opuesto.

Baricentro es el punto de intersección de las tres medianas de un triángulo.

Propiedad: La distancia entre el vértice y el baricentro es el doble que la distancia entre el baricentro y el lado opuesto de la misma mediana.

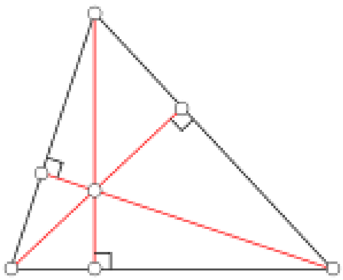


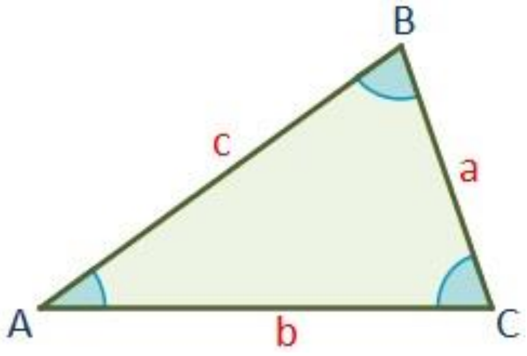


Altura es el segmento que une un vértice con el lado opuesto o su prolongación formando un ángulo recto.

Ortocentro es el punto de intersección de las tres alturas de un triángulo.

Propiedad: Cada altura genera dos triángulos rectángulos.





Triángulos oblicuángulos.

Fórmulas más frecuentes:

Suma de los ángulos interiores:

$$\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180°$$

Suma de los ángulos exteriores: 360°

Perímetro:

$$a + b + c = Perím$$

Teorema del seno:

$$\frac{a}{sen\,\widehat{A}} = \frac{b}{sen\,\widehat{B}} = \frac{c}{sen\,\widehat{C}}$$

Teorema del coseno:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 * a * b * cos\,\widehat{C}$$

Área de un triángulo

$$Sup = \frac{b * h}{2}$$

Teorema fundamental del área:

$$Sup = \frac{a * b * sin\,\widehat{C}}{2}$$

Fórmula de Herón:

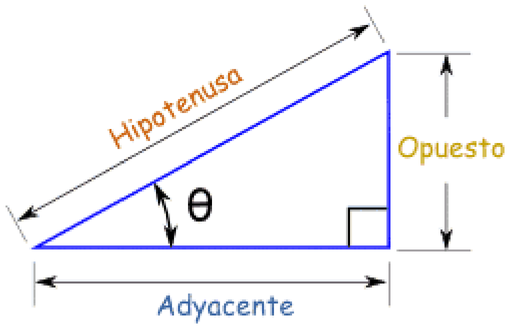
$$Sup = \sqrt{\rho.(\rho - a).(\rho - b).(\rho - c)}$$

Siendo ρ el semi-perímetro, es decir:

$$\rho = \frac{a + b + c}{2}$$

Triángulos rectángulos.

Seno, coseno y tangente



Función seno:

$$\sin(\boldsymbol{\theta}) = \frac{\boldsymbol{Cateto\ opuesto}}{\boldsymbol{Hipotenusa}}$$

Función coseno:

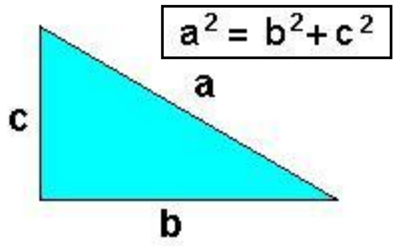
$$\cos(\boldsymbol{\theta}) = \frac{\boldsymbol{Cateto\ adyacente}}{\boldsymbol{Hipotenusa}}$$

Función tangente:

$$\tan(\boldsymbol{\theta}) = \frac{\boldsymbol{Cateto\ opuesto}}{\boldsymbol{Cateto\ Adyacente}}$$

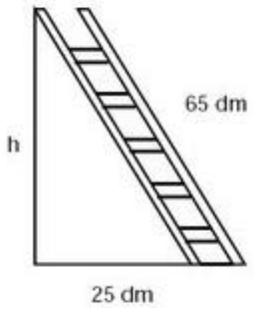
Teorema de Pitágoras

"En un triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos".



Ejercicio ejemplo:

Una escalera de 65 dm de longitud está apoyada sobre la pared. El pie de la escalera dista 250 cm de la pared. ¿A qué altura se apoya la parte superior de la escalera en la pared?

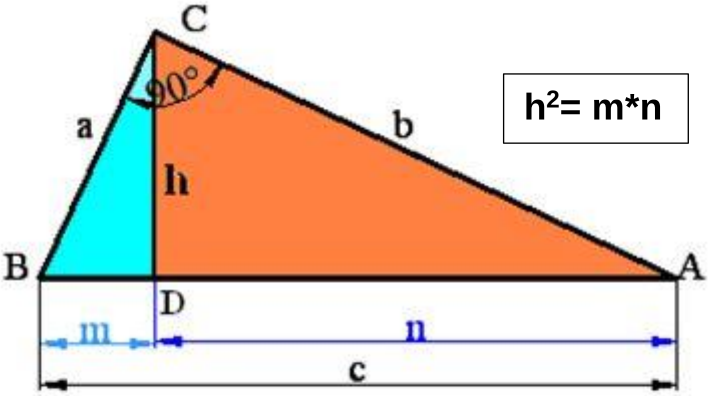


Aplicando el teorema de Pitágoras:

$$h^2 = (25dm)^2+(65dm)^2$$
$$h^2 = 625\ [dm^2] + 4225\ [dm^2]$$
$$h= \sqrt{4850\ [dm^2]}$$
$$\boxed{\mathbf{h= 69{,}64\ dm}}$$

Teorema de la altura:

*"En un triángulo rectángulo el cuadrado de la **altura** sobre la hipotenusa es igual al producto de las proyecciones de los catetos sobre la hipotenusa."*



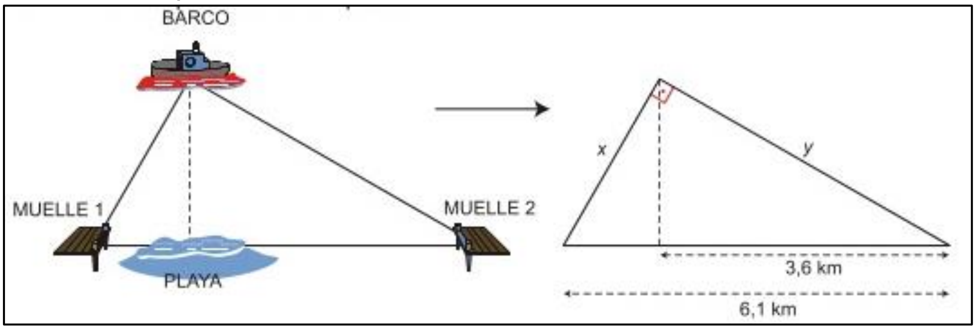
$h^2 = m*n$

n=Proyección del cateto b sobre la hipotenusa
m= Proyección del cateto a sobre la hipotenusa

Ejercicio ejemplo:

Un barco se encuentra ubicado entre dos muelles separados (en línea recta) a 6,1 km de distancia. Entre ambos se encuentra una playa situada a 3,6 km de uno de los muelles. ¿Qué distancia hay entre el barco y la playa? (NOTA: El ángulo que forma el barco con los dos muelles es de 90°)

Representación del problema:



Aplicando el teorema de la altura:

$$h^2 = m*n$$
$$h^2 = 3,6\ [km] * (6,1-3,6)\ [km]$$
$$h^2 = 3,6\ [km] * 2,5\ [km]$$
$$h^2 = 9\ [km^2]$$
$$h = \sqrt{9\ [km^2]}$$
$$\boxed{\mathbf{h = 3\ [km]}}$$