

UNL

Universidad Nacional del Litoral

*Escuela Industrial Superior*

Construcciones

EIS

# *Topografía*

## **CONOCIMIENTOS GENERALES DE LA TIERRA Y SU FORMA**



**Unidad 1**

## UNIDAD TEMÁTICA N°1

### Conocimientos generales de la Tierra y su forma

**Objetivos:** Que el alumno sea capaz de resolver figuras mediante ejercitación de trigonometría, así como también comprender la forma real de la Tierra y sus adaptaciones geométricas para realizar los cálculos matemáticos que se efectúan en ella; los diferentes tipos de ciencias que estudian la Tierra y los sistemas de coordenadas más importantes que se emplean en topografía para ubicar un punto en el espacio y la vinculación entre los mismos.

#### Contenidos:

Repaso de elementos de trigonometría básica para resolución de triángulos rectángulos y oblicuángulos.

Sistemas de coordenadas cartesianas y polares.

Sistemas de medición angular sexagesimal, centesimal y radial.

Conceptos principales de la Topografía y su relación con la construcción.

Definiciones, división de la topografía – planimetría, altimetría y planialtimetría.

Límite de la topografía.

Concepto de geodesia, la tierra y su forma, elipsoides y geoide, coordenadas geográficas, latitud y longitud.

Sistemas y marcos de referencia terrestre.

Problemas de aplicación.

**Trabajos Prácticos:** Se realizará un trabajo práctico en donde el alumno deberá resolver diferentes casos de problemas matemáticos incluyendo entre los mismos resoluciones mediante diferentes métodos y mediante la aplicación de técnicas topográficas sencillas.

#### Bibliografía

**Bibliografía obligatoria:** Apuntes proporcionados por la asignatura de Topografía.

**Bibliografía extra:** Apuntes proporcionados por la cátedra Topografía General de la Universidad Nacional del Litoral. En página web:

<https://sites.google.com/site/topografiagr/apuntes-de-catedra> o Leonardo Casanova Matera (2002), “*Topografía plana*” Universidad de los Andes Facultad de Ingeniería Departamento de Vías. Ed. Merida. En página web: <https://vagosdeunisucree.files.wordpress.com/2013/12/libro-de-topografc3ada-plana-leonardo-casanova-m.pdf> o <http://webdelprofesor.ula.ve/ingenieria/Inova/>.

**Repaso de elementos de trigonometría básica para resolución de triángulos rectángulos y oblicuángulos:** La página web:

<https://docs.google.com/viewer?a=v&pid=sites&srcid=ZGVmYXVsdGRvbWFpbnx0b3BvZ3JhZmhlZ3JhbHxneDpmNjg5OTk0YTNiMTc5YTM>.

**Sistemas de coordenadas cartesianas y polares:** Disfruta las matemáticas “*Coordenadas polares y cartesianas*”. En página web:

<http://www.disfrutalasmaticas.com/graficos/coordenadas-polares-cartesianas.html>.

**Sistemas de medición angular sexagesimal, centesimal y radial:** EcuRed, “*Topografía*”. En página web: <http://www.ecured.cu/Topograf%C3%ADa#Levantamiento> o Gutiérrez Céspedes, Juan. (2009) “*Trigonometría*” Módulo de Estudio. En página web:

[https://elpentagono.files.wordpress.com/2009/03/trigonometria\\_2009\\_semana\\_1.pdf](https://elpentagono.files.wordpress.com/2009/03/trigonometria_2009_semana_1.pdf).

**Conceptos principales de la Topografía y su relación con la construcción:** M. Farjas “*Observaciones Topográficas – Tema 1*”. En página web: [http://ocw.upm.es/ingenieria-cartografica-geodesica-y-fotogrametria/topografia-ii/contenidos/Mis\\_documentos/Tema-1-Observaciones-Topograficas/Tema\\_1\\_Observaciones\\_Topograficas.pdf](http://ocw.upm.es/ingenieria-cartografica-geodesica-y-fotogrametria/topografia-ii/contenidos/Mis_documentos/Tema-1-Observaciones-Topograficas/Tema_1_Observaciones_Topograficas.pdf) o A. Figueredo Morales (2014)

“*TOPOGRAFÍA APLICADA A LA CONSTRUCCION*” Escuela de ingenieros militares, Facultad de Ingeniería Civil a distancia. En página web:

[http://www.academia.edu/9460082/TOPOGRAF%C3%8DA\\_APLICADA\\_A\\_LA\\_CONSTRUCCION](http://www.academia.edu/9460082/TOPOGRAF%C3%8DA_APLICADA_A_LA_CONSTRUCCION)

**Definiciones, división de la topografía – planimetría, altimetría y planialtimetría:** EcuRed, “*Topografía*”. En página web: <http://www.ecured.cu/Topograf%C3%ADa#Levantamiento> o Jorge

Franco Rey (1999), “*Nociones de Topografía, Geodesia y Cartografía*” Universidad de Extremadura Servicio. En página web: [http://www.alfatopografia.com/manuales/Nociones\\_de\\_Topografia.pdf](http://www.alfatopografia.com/manuales/Nociones_de_Topografia.pdf).

**Límite de la topografía:** Jorge Franco Rey (1999), “*Nociones de Topografía, Geodesia y Cartografía*” Universidad de Extremadura Servicio. En página web: [http://www.alfatopografia.com/manuales/Nociones\\_de\\_Topografia.pdf](http://www.alfatopografia.com/manuales/Nociones_de_Topografia.pdf).

**Concepto de geodesia, la tierra y su forma, elipsoides y geoide, coordenadas geográficas, latitud y longitud:** San José (de), J.; García, J. López, M. (2000) “*Introducción a las ciencias que estudian la geometría de la superficie terrestre – Bloque 2*” Ed. Bellisco, Madrid. En página web: [http://ocw.usal.es/eduCommons/enseñanzas-tecnicas/topografia-y-cartografia/contenido/Topografia%20y%20Cartografia%20GRADO%20IA\\_B2.pdf](http://ocw.usal.es/eduCommons/enseñanzas-tecnicas/topografia-y-cartografia/contenido/Topografia%20y%20Cartografia%20GRADO%20IA_B2.pdf).

**Sistemas y marcos de referencia terrestre:** M. Farjas “*Redes Topográficas – Tema 10*”. En página web: [http://ocw.upm.es/ingenieria-cartografica-geodesica-y-fotogrametria/topografia-ii/Tema\\_10\\_Teoría.pdf](http://ocw.upm.es/ingenieria-cartografica-geodesica-y-fotogrametria/topografia-ii/Tema_10_Teoría.pdf) o Instituto Geográfico Nacional “*Página web*” En página web: <http://www.ign.gob.ar/NuestrasActividades/Geodesia/Introduccion#marcosreferencia>.

## Índice

<b>Sistema de coordenadas: cartesianas y polares.....</b>	<b>4</b>
Sistema Cartesiano.....	4
Sistema Polar.....	5
Conversión de un sistema y otro .....	5
<b>Sistemas de medición angular sexagesimal, centesimal y radial .....</b>	<b>6</b>
Sistema sexagesimal .....	6
Sistema sexadecimal .....	6
Sistema centesimal .....	6
Sistema analítico.....	7
Relaciones entre los diferentes sistemas.....	7
<b>Conceptos principales de la Topografía y su relación con la construcción.....</b>	<b>8</b>
Ciencias de la tierra .....	8
<b>División de la Topografía.....</b>	<b>10</b>
Clasificación de las operaciones topográficas:.....	10
Etapas de un trabajo topográfico.....	10
<b>Límite de la topografía.....</b>	<b>12</b>
<b>La tierra y su forma.....</b>	<b>13</b>
Conceptos básicos.....	13
La forma de la Tierra.....	14
Comparación entre el geoide, el elipse de revolución y la esfera. ....	14
<b>Coordenadas geográficas, latitud y longitud. ....</b>	<b>16</b>
Latitud.....	16
Longitud.....	16
<b>Sistemas de referencia y Marcos de Referencia .....</b>	<b>18</b>
Sistemas de referencia.....	18
Marcos de referencia.....	18

## Sistema de coordenadas: cartesianas y polares

### Sistema Cartesiano

Dos líneas rectas que se corten en ángulo recto constituyen un sistema de ejes de coordenadas rectangulares, conocido también como sistema de Coordenadas Cartesianas; nombre que se le da en honor al matemático francés Descartes, iniciador de la geometría analítica.

En la intersección de las rectas se tiene el origen O de coordenadas. Al eje x-x se le denomina eje de las abscisas y al eje y-y eje de las ordenadas.

La ubicación de un punto se precisa por coordenadas X e Y.

En la figura, el punto "P" queda perfectamente definido por la distancia medida sobre cada uno de los ejes desde el origen hasta la proyección del punto "P"; así pues, la distancia "x", medida desde el eje de las ordenadas hasta el punto "P", se llama abscisa del punto, y la distancia "y", medida desde el eje de las abscisas hasta el punto "P", se denomina ordenada del punto.

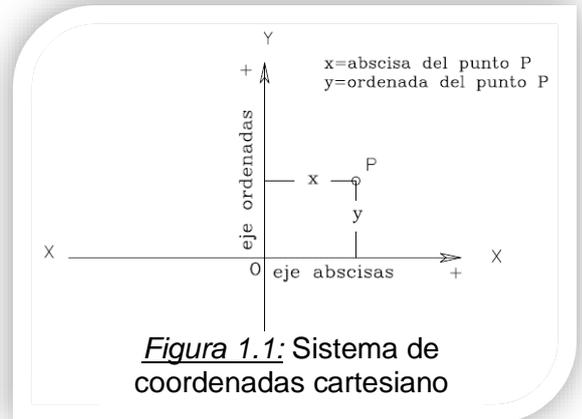


Figura 1.1: Sistema de coordenadas cartesianas

Coordenadas:  $\begin{cases} X_p \\ Y_p \end{cases}$

En Topografía, el eje de las ordenadas se asume como eje Norte-Sur, y el de las abscisas como eje Este-Oeste; de esta manera, a la ordenada del punto "P" se le denomina NORTE del punto y a la Abscisa, ESTE del punto.

Por las definiciones dadas, las coordenadas de un punto se anotan de la siguiente manera:

**P(N<sub>p</sub>;E<sub>p</sub>)**

en donde: **N<sub>p</sub>**=Coordenada norte del punto P y **E<sub>p</sub>**=Coordenada este del punto P.

Además, en Topografía, se utiliza el **rumbo** para definir la dirección de una alineación. El mismo, es el ángulo que forma la alineación con el eje Norte-Sur y que siempre es inferior a 90°. Para nombrar el rumbo de una línea se consigna en primer lugar si es Norte (N) o Sur (S), luego el valor del ángulo y finalmente si es Este (E) u Oeste (O). En la figura 1.2 se ejemplifican con algunas alineaciones con los rumbos de las mismas.

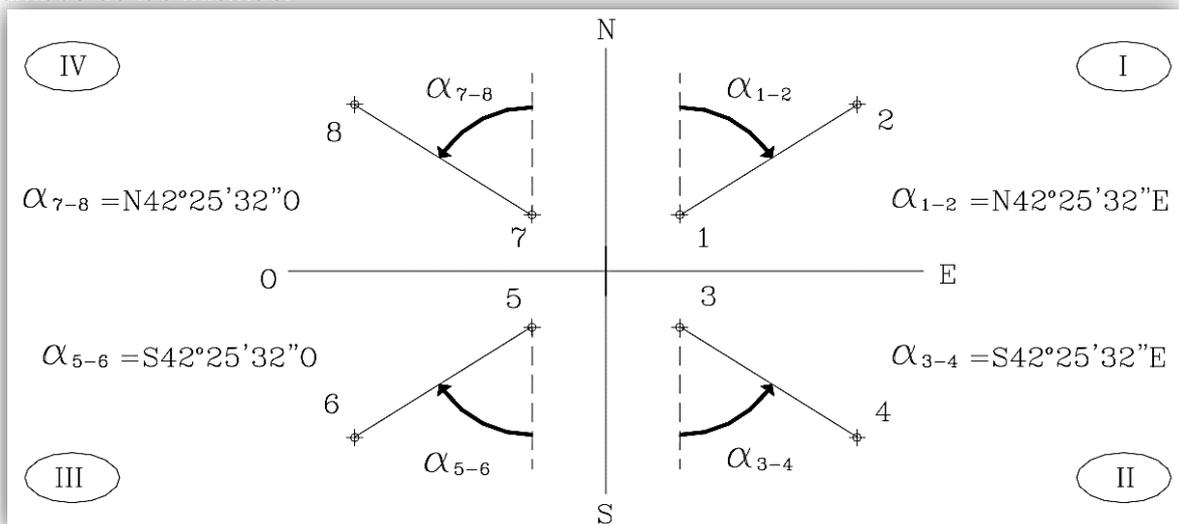


Figura 1.2: Ejemplos de rumbos

Por último, la posición de un punto con respecto a otro se determina mediante los deltas de distancia. Es decir, la resta entre la coordenada de un punto con respecto al otro:

$$\Delta_{x_{1-2}} = (X_2 - X_1); \Delta_{y_{1-2}} = (Y_2 - Y_1)$$

**Sistema Polar**

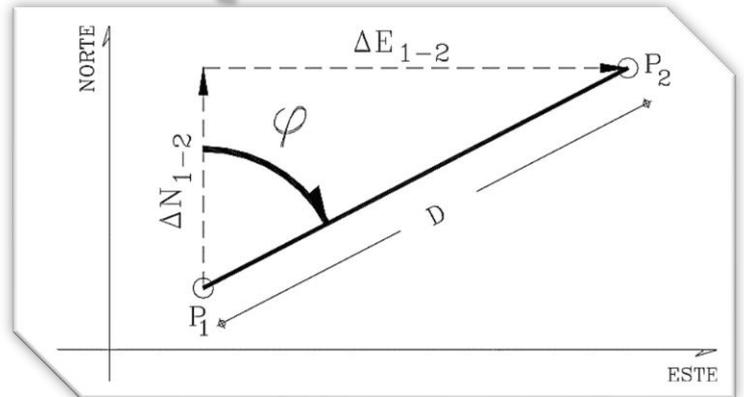
La posición de un punto respecto de otro se determina mediante un ángulo y una distancia.

Coordenadas: { **Ángulo**  
**Distancia**

En forma análoga a la expresada para el sistema de coordenadas rectangulares, las coordenadas de un punto se indican de la siguiente manera:

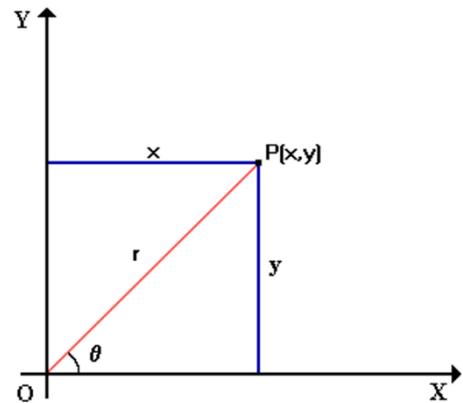
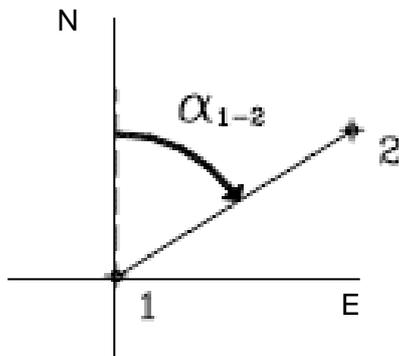
$$P(\phi_p; D_p)$$

en donde  $\phi_p$  = rumbo y  $D_p$  = distancia entre ambos puntos.



*Figura 1.3:* Sistema de coordenadas polares

**Conversión de un sistema y otro**



*Figura 1.4:* Coordenadas cartesianas topográficas (izq.) vs coordenadas cartesianas matemáticas (der.)

Teniendo las coordenadas polares, cálculo de las coordenadas cartesianas topográficas

$$N_p = \overline{12} * \cos(\alpha_{1-2})$$

$$E_p = \overline{12} * \sin(\alpha_{1-2})$$

Cálculo de coordenadas polares

$$\alpha_{1-2} = \text{arc tg} \left( \frac{E_p}{N_p} \right)$$

$$\overline{12} = \sqrt{(N_p)^2 + (E_p)^2}$$

Teniendo las coordenadas polares, cálculo de las coordenadas cartesianas matemáticas

$$x_p = r * \cos(\theta)$$

$$y_p = r * \sin(\theta)$$

Cálculo de coordenadas polares

$$\theta = \text{arc tg} \left( \frac{y}{x} \right)$$

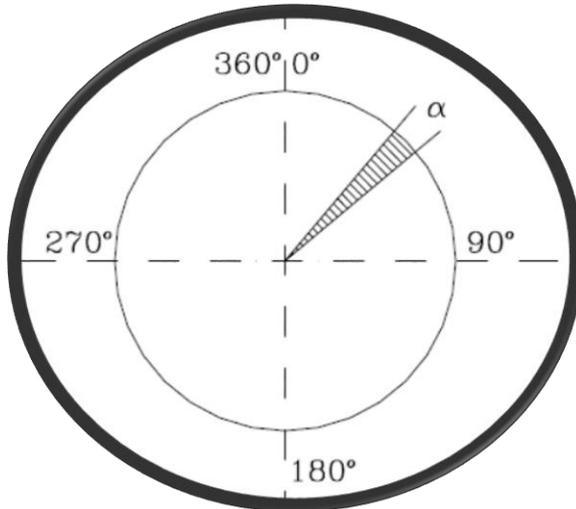
$$\text{Distancia } O'P' = \sqrt{x^2 + y^2}$$

## Sistemas de medición angular sexagesimal, centesimal y radial

En topografía, la **dirección** de una alineación es indicada mediante un ángulo que es expresado de diferentes maneras según el sistema empleado. Entre ellos se encuentran:

### Sistema sexagesimal

Este sistema divide la circunferencia en 360 partes iguales ó grados sexagesimales ( $^{\circ}$ ); a su vez, cada grado está dividido en 60 partes iguales ó minutos sexagesimales ( $'$ ) y cada minuto se divide en 60 partes iguales o segundos sexagesimales ( $''$ ).



$1^{\circ} = 60'$   
 $1' = 60''$   
 $1^{\circ} = 3600''$   
 el ángulo  $\alpha^{\circ} = 10^{\circ}20'36''$  se lee:  
 10 grados, 20 minutos, 36 segundos.

Figura 1.5: Sistema sexagesimal

### Sistema sexadecimal

Este sistema deriva del sistema sexagesimal, siendo su única diferencia que los minutos y segundos se expresan como décimas de grados.

El ángulo  $10^{\circ}20'36''$ , en este sistema es:  $10^{\circ},34333333$

Este sistema es de uso frecuente ya que la mayoría de las máquinas calculadoras requieren en sus operaciones que los ángulos sean convertidos al sistema sexadecimal.

### Sistema centesimal

En el sistema centesimal, la circunferencia está dividida en 400 partes iguales o grados centesimales ( $^g$ ); cada grado centesimal se divide en 100 partes o minutos centesimales ( $^c$ ) y cada minuto en 100 partes o segundos centesimales ( $^{cc}$ ).

Siendo un minuto la centésima parte del grado y un segundo la centésima parte del minuto, el ángulo  $\alpha$  se puede escribir directamente en las dos formas que se indican:

$$\alpha = 25^g,4533$$

$$1^g = 100^c$$

$$1^c = 100^{cc}$$

$$1^g = 10000^{cc}$$

el ángulo  $\alpha = 25^g 45^c 33^{cc}$  se lee:  
 25 grados, 45 minutos, 33 segundos.

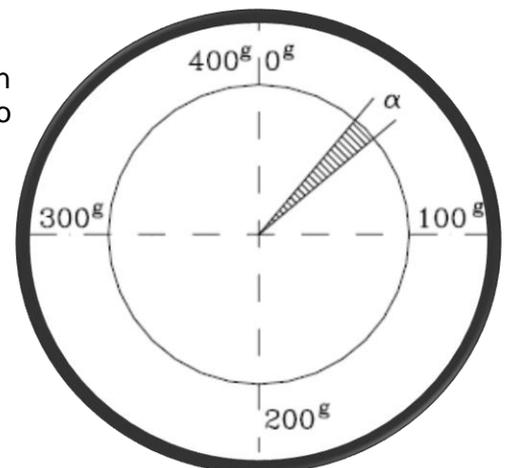
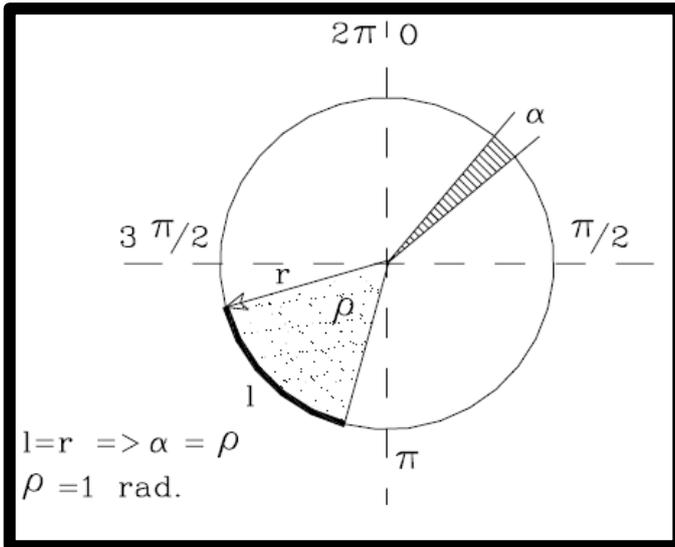


Figura 1.6: Sistema centesimal

**Sistema analítico**



*Figura 1.7: Sistema analítico*

En este sistema la unidad de medida es el radian, el cual se define como el ángulo que forma un arco "L" al centro de la circunferencia cuya longitud del arco es igual al radio.

Siendo la longitud de la circunferencia  $2\pi r$ , por la definición dada, en una circunferencia caben  $(2\pi).L$  o  $2\pi$  (Radianes) siendo  $\pi$  un número constante que vale  $\pi = 3,141592654....$

De la figura 1.7, cuando

$L=r$  ; entonces  $\rho=1$  rad.

Por relación entre lados y radio

$$\alpha:L=\rho:r \Rightarrow \alpha^A = \rho(L/r)$$

Si  $2\pi$  rad =  $360^\circ$ ,  $1$  rad =  $57^\circ 17' 44,8'' = 57,2958$  y  $0,01745$  rad =  $1^\circ$ .

**Relaciones entre los diferentes sistemas**

Las relaciones existentes entre los diferentes sistemas angulares se obtienen de las definiciones dadas anteriormente:

$$\frac{\alpha^\circ}{360} = \frac{\alpha^g}{400} = \frac{\alpha^A}{2\pi}$$

**Ejemplo práctico:**

Tomaremos como ejemplo el ángulo  $\alpha=32^\circ 25' 56''$

El proceso de conversión del ángulo  $\alpha$  (que se encuentra en el sistema sexagesimal) al *sistema sexadecimal* se realiza de la siguiente manera:

- 1.- Pasamos los segundos a minutos, dividiendo entre 60 y lo sumamos a los minutos enteros.  
 $(56/60)+25' = 25',933333$
- 2.- Pasamos los minutos a grados dividiendo entre 60 y los sumamos a los grados.  
 $(25,933333/60)+32=32^\circ,432222$

El ángulo  $\alpha$  en el sistema sexadecimal será:

$$\alpha = 32^\circ,432222$$

Para convertirlo al *sistema centesimal* utilizamos la ecuación:  $\frac{\alpha^\circ}{360^\circ} = \frac{\alpha^g}{400^g}$

$$\frac{\alpha^\circ}{360^\circ} = \frac{\alpha^g}{400^g} \Rightarrow \alpha^g = \frac{\alpha^\circ \cdot 400^g}{360^\circ}$$

y  $\alpha$  en centesimal será,

$$\alpha^g = \frac{\alpha^\circ \cdot 400^g}{360^\circ} = 32^\circ,432222$$

$$\alpha^g = 36^g,0358$$

Para convertirlo al *sistema analítico* utilizamos la ecuación:  $\frac{\alpha^\circ}{360^\circ} = \frac{\alpha^A}{2\pi}$

$$\frac{\alpha^\circ}{360^\circ} = \frac{\alpha^A}{2\pi} \Rightarrow \alpha^A = \frac{\alpha^\circ \cdot 2\pi}{360^\circ}$$

$$\alpha^A = 0,566049 \text{ rad.}$$

## Conceptos principales de la Topografía y su relación con la construcción.

### Ciencias de la tierra

La Geodesia y la Topografía forman parte del amplio conjunto de las ciencias de la Tierra. La **Geodesia** estudia la tierra desde el punto de vista de su forma y dimensiones globales (podremos distinguir entre Geodesia matemática, Geodesia dinámica o Astronomía geodésica, en cuanto a los diferentes procedimientos de estudio). Por lo que respecta a la **Topografía**, su objetivo es la representación de una parte de la superficie terrestre con sus formas y detalles en una zona de tamaño lo suficientemente limitado como para que pueda considerarse plana y, por lo tanto, pueda proyectarse en un plano acotado. Por otro lado, también se pueden representar zonas de gran extensión en las que se debe tener en cuenta la curvatura terrestre y, en este caso, se requerirán conocimientos de Geodesia y Cartografía.

**Geodesia:** es la ciencia que trata la determinación de la forma y dimensiones de la Tierra, así como también los métodos de medición y cálculo para la ubicación relativa de los puntos de la superficie terrestre en su totalidad o en extensiones tales que es necesario tener en cuenta la curvatura terrestre. Para ello se consideran como superficies de referencia la esfera, el elipsoide de revolución y el geoide.

La Geodesia coloca marcas convenientes distribuidas sobre la superficie terrestre de manera que formen los vértices de triángulos ligados entre sí, determinando sus posiciones relativas. Además, construye marcas altimétricas, con alturas medidas hasta una superficie de referencia, que generalmente es el nivel medio del mar. Ambos tipos de marcas son los puntos de apoyo de la Topografía y, en algunos casos de la Cartografía.

**Cartografía:** es la ciencia que estudia la representación gráfica, sobre un plano, de la totalidad o de parte de la superficie terrestre. Cuando la extensión a representar se encuentra en el ámbito de la Geodesia, la Cartografía necesita recurrir a métodos llamados **Proyecciones Cartográficas**. En el campo de la Topografía sólo se debe tener en cuenta la escala y la representación correspondiente del terreno se llama **Plano**.

**Topografía:** Etimológicamente este término procede del griego *topos* (lugar) y *graphen* (describir) pudiendo ser traducido como la descripción exacta y minuciosa de un lugar.

Las definiciones de los distintos autores son muy semejantes y tipifican lo que aparece en los tratados que se ocupan de esta ciencia.

Norman Thomas en 1920 definía la Topografía como: "*el arte de determinar la posición relativa de los distintos detalles de porciones de la superficie terrestre*".

Higgins en 1943 señalaba: "*La Topografía puede describirse como el arte de realizar medidas sobre la superficie terrestre con el propósito de elaborar mapas, planos o determinar una superficie*".

Aranha Domingues (1979) entiende por Topografía: "*el conjunto de principios, métodos, instrumentos y procedimientos utilizados para la determinación del entorno, dimensiones y posición relativa de una porción limitada de la superficie terrestre, del fondo de los mares y del interior de las minas. También compete a la topografía el replanteo de proyectos*".

Buckner (1983) la define como: "*La ciencia y el arte de realizar las mediciones necesarias para determinar la posición relativa de puntos sobre, en, o debajo de la superficie terrestre, así como para situar puntos en una posición concreta*".

El concepto de Topografía no ha variado con el tiempo. Lo que sí se ha visto ampliamente modificado son las técnicas, los instrumentos de medida y los métodos a aplicar.

En todas las definiciones se indica que la topografía es una ciencia como un arte. Como ciencia pertenece al campo de las ciencias de la medida, con la especial característica de utilizar como fuente de información los accidentes y recursos de la superficie de la tierra. Participa también de las ciencias del dibujo y del diseño toda vez que la información proporcionada por sus resultados es tanto gráfica como numérica, y así se representa.

La Topografía es ciencia que estudia los métodos para obtener la representación plana de una parte de la superficie terrestre con todos sus detalles. Implica también el conocimiento y manejo de los instrumentos que utiliza para dichas determinaciones.

La Topografía está íntimamente ligada a la Geodesia, pues esta última ciencia es la que le suministra los puntos de apoyo a sus trabajos.

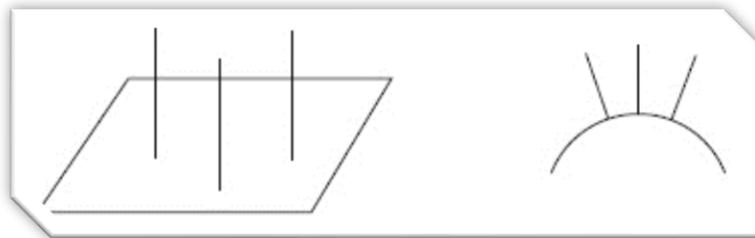
Por lo tanto la Geodesia crea y construye marcas o puntos artificiales distribuidos sobre la superficie terrestre, a los que suministra coordenadas y cotas altimétricas definitivas. La Topografía, apoyada en esas marcas, levanta y acota puntos de la superficie física o real de la Tierra, que una vez representadas en el plano, dará la configuración topográfica de la zona que interesa con sus detalles naturales y artificiales. Como detalles naturales podemos citar: ríos, arroyos, lagos, lagunas, barrancas, etc., y como detalles artificiales todos los debidos a la mano del hombre: puentes, carreteras, alcantarillas, construcciones de todo tipo, alambrados y otros.

Todo estudio de ingeniería puede decirse que es un trabajo topográfico: el trazado de una carretera, el replanteo de un ferrocarril, una línea eléctrica, la apertura de un túnel, etc., aparte de otras consideraciones, constituyen un problema de topografía práctica, como también lo es la implantación de un sistema de riego con el trazado de sus zanjas y desagües, el rellenado del terreno, las parcelaciones de predios, la expropiación de terreno ocupado por las obras públicas o los planos de urbanismo en las capitales importantes.

Aún en el terreno puramente privado hay que recurrir a la Topografía en multitud de ocasiones; en toda explotación agrícola bien llevada a cabo es siempre útil disponer de una representación del terreno, y es indispensable resolver problemas de topografía cuando se pretende dividir equitativamente un predio entre varios dueños, rectificar alguno de los límites del terreno, o simplemente medirlo para averiguar su superficie.

**Diferencias entre la topografía y la geodesia:** El uso de una superficie curva por parte de la Geodesia frente al plano horizontal de la Topografía determina algunas diferencias operativas:

- En Topografía la dirección de la vertical se considera paralela en todos los puntos. En Geodesia las verticales no son paralelas (Figura 1.8):



*Figura 1.8:* Dirección de la vertical en Topografía (izq.) y Geodesia (dcha.)

- En Topografía las cotas (altitudes o distancias verticales) se refieren a planos horizontales y en Geodesia a superficies curvas (Figura 1.9):



*Figura 1.9:* Planos de referencia en Topografía (izq.) y superficies en Geodesia (dcha.)

Las dificultades esenciales que afectan a la representación de una zona del terreno son tres:

- Dimensiones de la zona, mucho mayores que las que se pueden utilizar en la representación.
- Forma de la tierra (curva, y no plana como es la representación sobre un papel).
- Relieve, que también debe ser representado sobre una superficie plana.

## División de la Topografía

### División de los trabajos de topografía:

**Planimetría:** es la parte de la Topografía que estudia la determinación de las proyecciones de los puntos del terreno sobre un plano de referencia horizontal. Se miden ángulos horizontales y distancias y se utilizan cintas y teodolitos o brújulas.

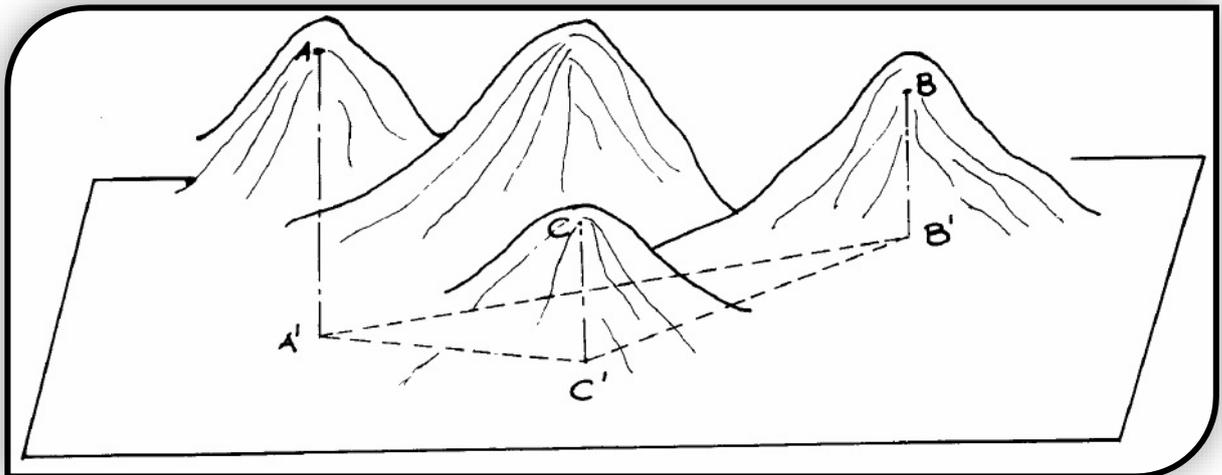
**Altimetría:** es la parte de la Topografía que estudia la determinación de las alturas de los puntos del terreno con respecto a un plano de referencia. Cuando esa superficie de referencia coincide con el nivel medio del mar (geoide), esas alturas se denominan altitudes de los puntos y si el plano de referencia no coincide con el nivel medio del mar se denominan cotas. Los instrumentos que se utilizan son los niveles, complementados con miras.

**Planialtimetría:** es la rama de la Topografía que estudia la determinación simultánea de planimetría y altimetría del terreno, para lo cual se emplean los taquímetros, la estación total o el GPS.

Supongamos los tres puntos A, B, C, de la figura 1.10. En planimetría se suponen proyectados sobre el plano de referencia H, obteniendo A', B' y C', y se toman todas las medidas necesarias para la ubicación relativa de dichas proyecciones (distancias, ángulos, etc.).

En altimetría se miden las cotas o altitudes de A, B y C con lo cual quedarán completas las posiciones relativas de dichos puntos.

La planialtimetría permite la determinación simultánea de los parámetros de ubicación relativa en referencia a un plano, incluyendo distancias, ángulos horizontales y altitudes o cotas.



*Figura 1.10: Planialtimetría*

### Etapas de un trabajo topográfico

Un trabajo topográfico se divide en etapas para poder llevarlo a cabo.

1. **Trabajo de campo o de campaña:** etapa durante la cual se obtienen los datos para la realización de los trabajos.

- Consulta de antecedentes:** a través de documentación existente del sector a relevar.
- Reconocimiento del terreno:** permite determinar los inconvenientes que pueden presentarse durante el levantamiento y elegir el método que mejor se adapte a las condiciones.
- Mediciones sobre el terreno:** se efectúan sobre el terreno mediciones con el instrumental adecuado y los datos se anotan en las libretas de campaña, en las cuales también se dibujan croquis con los detalles que interesan levantar.

### 2. **Trabajo de gabinete:**

- Cálculos:** se efectúan cálculos con los datos tomados en el trabajo de campaña. Se aplican, en especial, los conocimientos de geometría y trigonometría.

b) **Representación gráfica:** se dibuja el terreno con todos los detalles que interesan, en escala, recurriendo a los símbolos convencionales.

**3. Elaboración del Proyecto:** con los datos del trabajo de campaña y los del trabajo de gabinete, se elabora el proyecto de la obra de ingeniería. En esta etapa interviene el proyectista, quien puede o no ser el mismo que ha realizado los trabajos previos. El proyecto incluye:

- a) Planos generales
- b) Planos de detalles
- c) Memoria de cálculo

**4. Replanteo del Proyecto:** consiste en la determinación y materialización de puntos característicos de la obra, mediante la colocación de señales como estacas, mojones o piquetes en el terreno.

**5. Controles topográficos durante la construcción:** en forma paralela a la construcción se efectúan controles periódicos de los distintos componentes de la obra, a fin de verificar o corregir cotas, distancias y demás.

**6. Levantamiento del terreno con las obras construidas**

Un levantamiento topográfico consiste en realizar todas las mediciones necesarias de la zona de interés, con el objetivo, en general, de obtener un plano topográfico de la misma.

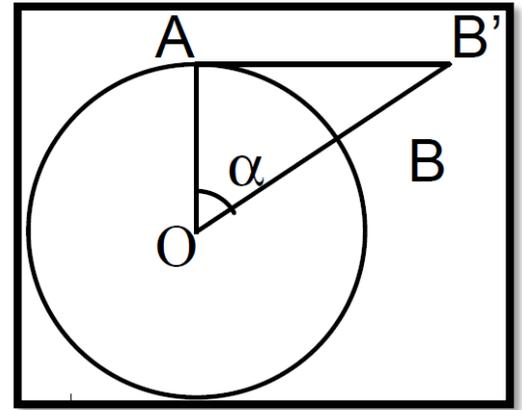
**Clases de levantamientos:**



## Límite de la topografía

La Topografía, para referir sus operaciones, considera una extensión limitada de la superficie terrestre como un plano, como superficie de referencia. Veamos hasta qué punto es despreciable el error que se comete al hacer esta aproximación. La verdadera superficie de referencia es el geode, que lo podemos, con error despreciable, asimilar a una esfera de radio 6370 kilómetros.

Supongamos que se desea medir la distancia  $\widehat{AB}$  pero en lugar de tomar esta medida, consideramos la medida aproximada  $AB'$  sobre un plano tangente en A.



Llamamos: *Error absoluto = observado menos verdadero.*

Figura 1.11: Límite de la Topografía

Calculando el error obtenemos un error absoluto equivalente a:

$$\varepsilon_A = \frac{1}{3} * \frac{\widehat{AB}^3}{R^2}$$

Y el error relativo (Error absoluto dividido lo verdadero) es de:

$$\varepsilon_r = \frac{\widehat{AB}^2}{3 * R^2}$$

Adoptando un error relativo  $\varepsilon_r = 1:10.000$ , y siendo el radio terrestre  $R = 6370\text{km}$

$$\frac{1}{10.000} = \frac{\widehat{AB}^2}{3 * (6370\text{km})^2}, \text{ por lo tanto: } \widehat{AB} = \sqrt{\frac{3 * (6370\text{km})^2}{10.000}} \cong 110 \text{ km}$$

Este resultado nos indica que mientras la distancia medida  $AB$  sea menor de 110 km el error relativo que se comete, es menor de 1:10000, que es mucha precisión para Topografía (generalmente el error relativo oscila entre 1:10000 y 1:50000). Para tener una dimensión de esta distancia es como medir desde la ciudad de Santa Fe hasta un poco más que la ciudad de Rafaela o San Justo.

En caso de requerirse un trabajo de alta precisión ( $\varepsilon_r = 1:100.000$ ) debemos tener en cuenta que esta distancia se achica. Obteniendo como resultado una distancia menor a 35 km.

$$\frac{1}{100.000} = \frac{\widehat{AB}^2}{3 * (6370\text{km})^2}, \text{ por lo tanto: } \widehat{AB} = \sqrt{\frac{3 * (6370\text{km})^2}{100.000}} \cong 35 \text{ km}$$

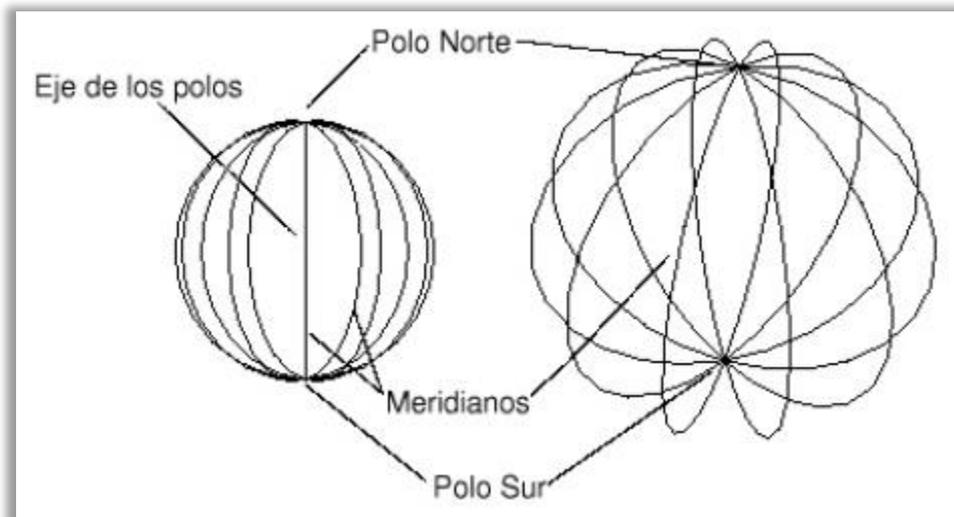
## La tierra y su forma

### Conceptos básicos

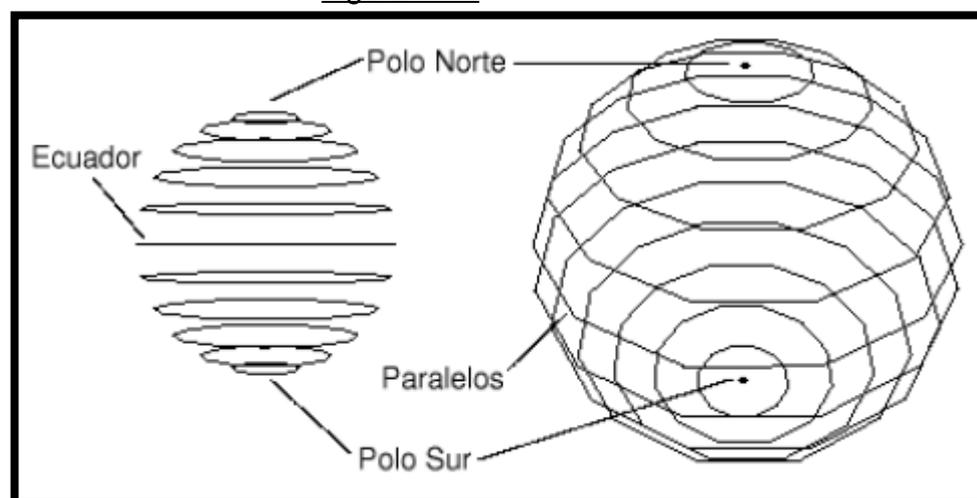
Con el fin de iniciar el estudio sobre el planeta Tierra, es necesario repasar primero el significado de algunos conceptos importantes:

- **Eje de los polos:** Es el eje alrededor del cual la Tierra realiza su movimiento de rotación. Pasa por el centro del planeta.
- **Ecuador:** Es la intersección de la superficie terrestre con el plano que pasa por el centro de la Tierra y que es perpendicular al eje de los polos.
- **Meridianos:** Son las intersecciones de la superficie terrestre con los semiplanos que contienen al eje de los polos. Por lo tanto son perpendiculares al Ecuador.
- **Paralelos:** Son las intersecciones de la superficie terrestre con los planos perpendiculares al eje de los polos. Por ello, el Ecuador es un tipo especial de paralelo (el único que pasa por el centro de la Tierra).
- **Círculo mayor o círculo máximo:** Son los que provienen de planos que pasan por el centro de la Tierra, y por tanto la dividen en dos hemisferios iguales (por ejemplo, el Ecuador y los meridianos son círculos máximos). Se puede demostrar que sobre la superficie de una esfera, la línea más corta entre dos puntos es el círculo máximo que los incluye.
- **Círculo menor:** Los que se forman a partir de planos que NO pasan por el centro de la Tierra (por ejemplo, los paralelos).

Las siguientes figuras ilustran los conceptos anteriores:



*Figura 1.12:* Los Meridianos



*Figura 1.13:* Los Paralelos

### La forma de la Tierra

Con el desarrollo de la cartografía y el de la navegación de los siglos XV y XVI, se hace patente que la definición de la Tierra como una **esfera** no era la más adecuada ya que generaba anomalías y errores. En el siglo XVII, Newton afirma que “*la Tierra es la forma de equilibrio de una masa fluida homogénea sometida a las leyes de la gravitación universal y que gira en torno a un eje*” es decir, es un **elipsoide de revolución aplastado por los polos**. Aunque actualmente se conoce que el aplastamiento o achatamiento entre los polos con respecto a la distancia entre dos puntos del Ecuador es un valor muy pequeño, (corresponde aproximadamente al de 1 mm en una esfera de 30 cm de radio), es lo suficientemente perceptible como para distorsionar las mediciones de distancias y ángulos en algunas ciencias. A partir de esas fechas, los especialistas (geodestas) han propuesto diferentes elipsoides cada vez más precisos y ajustados a la forma de la tierra. La ventaja de esta definición es que el *elipsoide* es una forma geométrica *tridimensional* cuya *definición matemática* es relativamente *sencilla*, por lo que es un buen sistema de referencia para definir una proyección. El más utilizado en la Cartografía de Argentina es el elipsoide WGS 84.

Por el contrario, el **geoide** es un *concepto abstracto* y es una *definición puramente física*, pero es la *figura más próxima a la real de la Tierra*. Fue definido en 1873 por Listing como la “*superficie equipotencial del campo gravitatorio terrestre que coincida con la superficie media de los mares en reposo idealmente extendida bajo los océanos*”. Esta definición implica que la gravedad es constante en cada punto del geoide y que su dirección en cualquier punto es perpendicular al mismo. Como el valor del potencial de la gravedad es variable en la superficie terrestre, el geoide se “hunde” debajo en los océanos y se eleva en los continentes. Por ello para estudiar el geoide es necesario medir con precisión la gravedad. La tendencia actual es medir u observar en la superficie terrestre y, en base a ella, realizar la cartografía resultante a una superficie que tenga una expresión matemática relativamente sencilla como el elipsoide (Figura 1.14).

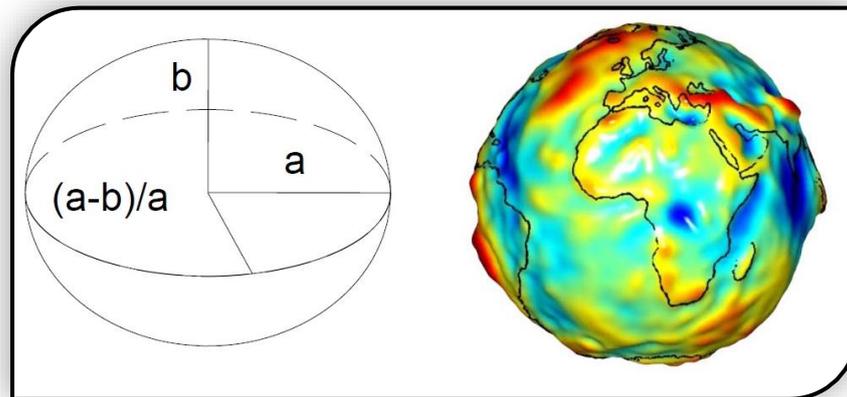


Figura 1.14: Elipsoide (izq.) y geoide (dcha. Fuente: NASA).

### Comparación entre el geoide, el elipse de revolución y la esfera.

La **esfera** se caracteriza por contar con un radio cercano a 6.370km y una circunferencia de 40.000 km de perímetro. En la misma se desprecia la diferencia existente entre los ejes polar y ecuatorial de la Tierra. Se utiliza para la realización de **mapas** con escalas menores a 1:500.000.

El **elipsoide de revolución** se genera a través de la rotación de una elipse alrededor de su eje menor. En el caso de la Tierra, el eje menor es el que une los polos, y el mayor el correspondiente al Ecuador. Los parámetros que lo definen son **a** y **b**, longitudes de los semiejes ecuatorial y polar respectivamente (figura 1.14), cuyas magnitudes varían de acuerdo con distintos estudios; es así como puede hacerse referencia a los elipsoides de Bessel, Hayford, WGS 84 u otros. También es parámetro de referencia para diferenciar los elipsoides el aplastamiento que existe entre los polos y el ecuador ( $f=(a-b)/a$ )

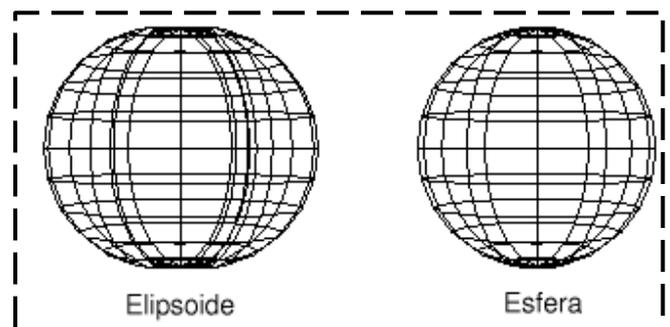


Figura 1.15: Elipsoide vs esfera

Esta superficie se utiliza para la realización de **cartas** con escalas mayores a 1:500.000. Ejemplos de elipsoides de revolución utilizados en la historia Argentina:

El elipsoide de Hayford es el que utilizó a partir de una reunión en Madrid desde 1924 hasta mayo de 1997 y se lo conoce como el elipsoide Internacional. Sus características son:

$a$  = Semieje Ecuatorial= 6.378,388 Km

$b$  = Semieje Polar= 6.356,912Km

$f \cong 1/297$  (aplastamiento).

En la actualidad, se utiliza el Elipsoide Global WGS 84. El mismo posee la característica de tener su centro coincidente con el centro de la Tierra y sus características son:

$a$  = Semieje Ecuatorial= 6.378,137 Km

$b$  = Semieje Polar= 6.356,752 Km

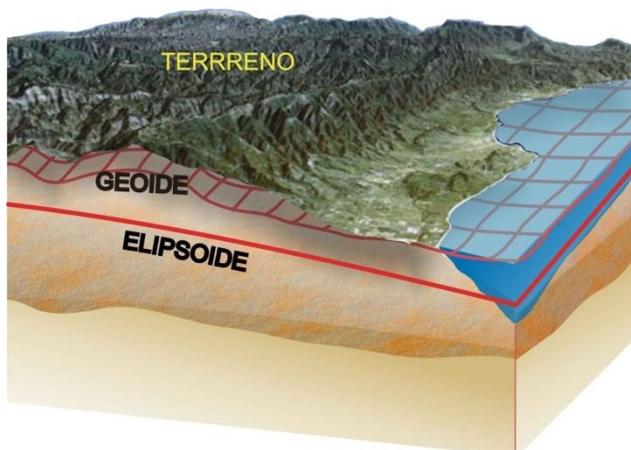
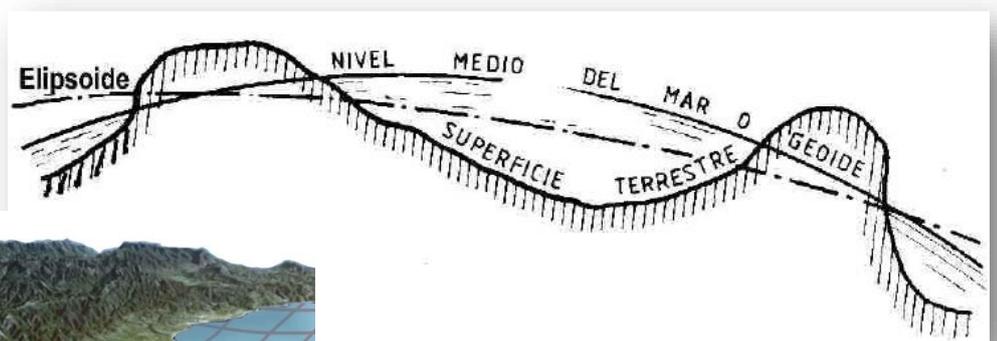
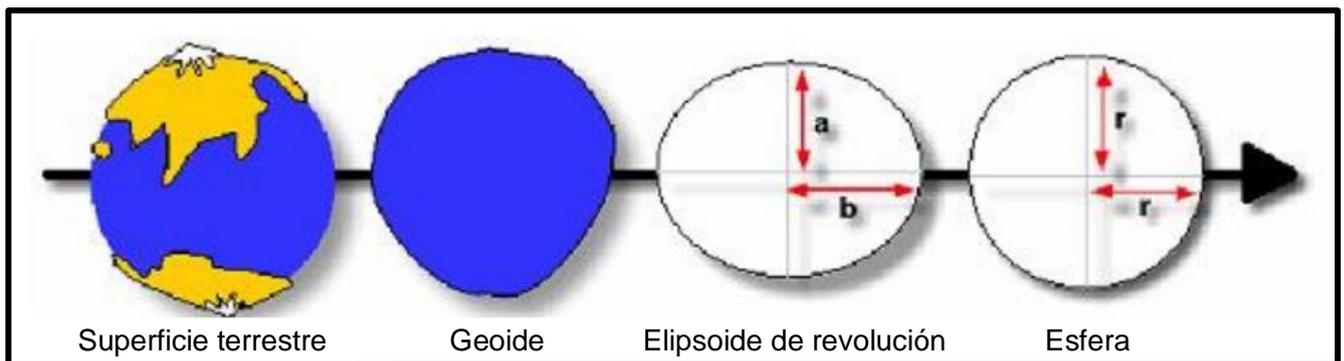
Diferencia: 21,385 Km

$f = 1/298,26$  (aplastamiento)

Comparando la esfera y el elipsoide podemos observar que en la primera los meridianos y paralelos son circunferencias, mientras que en el elipsoide los paralelos son circunferencias y los meridianos elipses.

El **geoide** es la mejor aproximación de la forma de la Tierra y está definida como aquella que adoptan los océanos en equilibrio prolongados a través de los continentes. Cumple la condición de que cada punto de la superficie es perpendicular a la vertical, es decir, cada punto de la superficie es perpendicular a la recta que genera un hilo con una plomada en su extremo inferior.

Las ondulaciones del geoide dificultan las mediciones, por lo cual las cartas se confeccionan haciendo referencia al elipsoide de revolución, y los mapas a la esfera.



*Figura 1.16:* Comparación de las superficies

## Coordenadas geográficas, latitud y longitud.

Consiste en dividir la superficie terrestre en una cuadrícula imaginaria formada por los paralelos y meridianos. Dado que la superficie del geode es bidimensional, hacen falta al menos dos parámetros para especificar la posición. Tales parámetros son llamados latitud y longitud.

### Latitud

La latitud de un punto ( $\varphi$ ) es el ángulo formado por la vertical del punto con el plano del Ecuador medido sobre el meridiano del punto.

La latitud es el parámetro que determina cuánto hacia el norte o hacia el sur se encuentra ubicado el punto. La referencia óptima para esta medición es el ecuador, y por tanto a éste se le asigna latitud  $0^\circ$ .

Por otra parte, a cada uno de los polos se le asigna la latitud  $90^\circ$  (N - norte o S - sur, dependiendo de su ubicación).

También es posible denotar las latitudes al sur con un signo negativo y al norte con signo positivo). Estos  $90^\circ$  que poseen de latitud los polos corresponden al ángulo que forman los mismos con el centro de la tierra y el ecuador. Por tanto, la latitud tiene un rango de  $0^\circ$  a  $90^\circ$  (un cuarto de esfera terrestre).

Los paralelos, al ser paralelos con respecto al ecuador, representan planos de latitud fija. Por ello se puede hablar del "paralelo  $55^\circ$ ".

Algunos paralelos notables son:

- Trópico de Cáncer: latitud  $23^\circ 27'$  N.
- Trópico de Capricornio: latitud  $23^\circ 27'$  S.
- Círculo Polar Ártico: latitud  $66^\circ 33'$  N.
- Círculo Polar Antártico: latitud  $66^\circ 33'$  S.

### Longitud

La longitud de un punto ( $\lambda$ ) es el ángulo formado por el plano meridiano que pasa por el punto y otro que se toma como origen midiendo el ángulo sobre el Ecuador.

La longitud indica cuánto hacia el este o el oeste se encuentra el punto de interés. A diferencia de la latitud, no existe una referencia natural para esta dimensión. Por ello, un acuerdo internacional escogió a la ciudad de Greenwich, en Inglaterra, como punto de referencia (longitud  $0^\circ$ ).

Los meridianos representan entonces planos con longitud constante, y el meridiano de referencia ( $0^\circ$ ) es llamado Meridiano de Greenwich, pues es el que pasa por la mencionada ciudad.

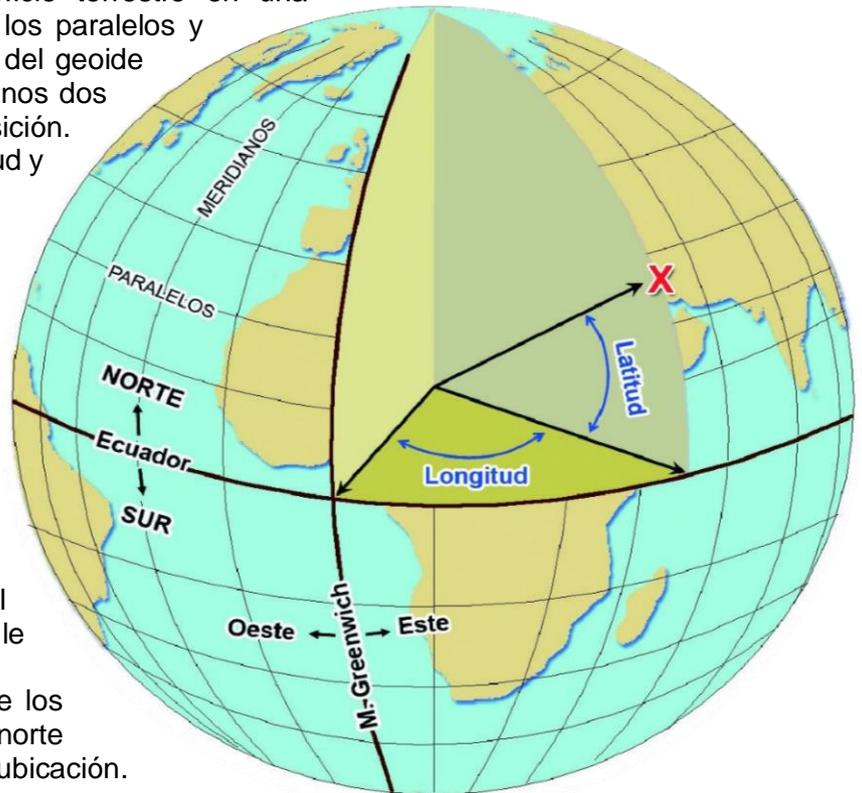


Figura 1.17: Latitud y longitud

Los  $90^\circ$  que poseen de latitud los polos corresponden al ángulo que forman los mismos con el centro de la tierra y el ecuador. Por tanto, la latitud tiene un rango de  $0^\circ$  a  $90^\circ$  (un cuarto de esfera terrestre).

Los paralelos, al ser paralelos con respecto al ecuador, representan planos de latitud fija. Por ello se puede hablar del "paralelo  $55^\circ$ ".

Algunos paralelos notables son:

- Trópico de Cáncer: latitud  $23^\circ 27'$  N.
- Trópico de Capricornio: latitud  $23^\circ 27'$  S.
- Círculo Polar Ártico: latitud  $66^\circ 33'$  N.
- Círculo Polar Antártico: latitud  $66^\circ 33'$  S.

### Longitud

La longitud de un punto ( $\lambda$ ) es el ángulo formado por el plano meridiano que pasa por el punto y otro que se toma como origen midiendo el ángulo sobre el Ecuador.

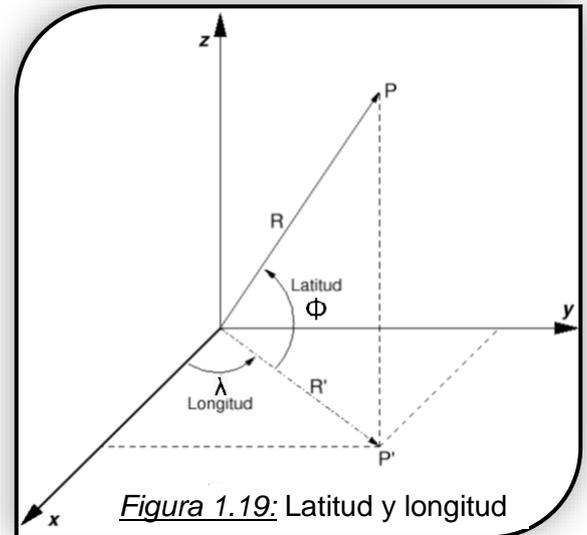
La longitud indica cuánto hacia el este o el oeste se encuentra el punto de interés. A diferencia de la latitud, no existe una referencia natural para esta dimensión. Por ello, un acuerdo internacional escogió a la ciudad de Greenwich, en Inglaterra, como punto de referencia (longitud  $0^\circ$ ).

Los meridianos representan entonces planos con longitud constante, y el meridiano de referencia ( $0^\circ$ ) es llamado Meridiano de Greenwich, pues es el que pasa por la mencionada ciudad.

Nombre	Latitud	Longitud
Barcelona (España)	41,30 N	2,09 E
Barrow, Alaska (EEUU)	71,33 N	156,00 W
Beijing (China)	39,92 N	116,38 E
Buenos Aires (Argentina)	34,33 S	58,5 W
Caracas (Venezuela)	10,50 N	66,97 W
Ciudad del Cabo (Suráfrica)	33,80 S	18,47 E
Londres (Inglaterra)	51,50 N	0,12 W
Madrid (España)	40,43 N	3,70 W
Monte Erebus (Antártida)	77,46 S	167,08 E
Moscú (Rusia)	55,75 N	37,62 E
Nueva York (EEUU)	40,75 N	73,99 W
Quito (Ecuador)	0,13 S	78,48 W
Sidney (Australia)	33,92 S	151,28 E
Tokio (Japón)	35,68 N	139,73 E

Figura 1.18: Coordenadas de algunos lugares de la Tierra

El rango de longitud posible es (a diferencia de la latitud) media esfera, y por ende  $180^\circ$ . De este modo, las longitudes al este del meridiano de Greenwich se denotan con E mientras que con O al oeste o con W (proveniente de West, en inglés "Oeste"). También es posible denotar las longitudes hacia el Oeste con un signo negativo y las longitudes hacia el Este con signo positivo. Adicionalmente, cada meridiano tiene su antimeridiano, que es el que se encuentra a  $180^\circ$  de longitud o del otro lado de la Tierra.



## Sistemas de referencia y Marcos de Referencia

### Sistemas de referencia

A partir de las observaciones satelitales es posible determinar la posición espacial de puntos terrestres a través de tres coordenadas que estarán referidas a un sistema de referencia global.

Según la definición convencional adoptada por la Asociación Internacional de Geodesia y por la Unión Astronómica Internacional, el **Sistema de Referencia Terrestre Internacional (ITRS)** es una terna trirrectangular de mano derecha, de ejes x, y, z, cuyo origen coincide con el centro de masas de la Tierra, su eje z pasa por el polo convencional terrestre definido por el Servicio Internacional de Rotación de la Tierra (IERS). Los ejes x e y son perpendiculares al eje z, con el eje x definido por la intersección del meridiano de Greenwich, también definido por el IERS, y el plano del ecuador terrestre.

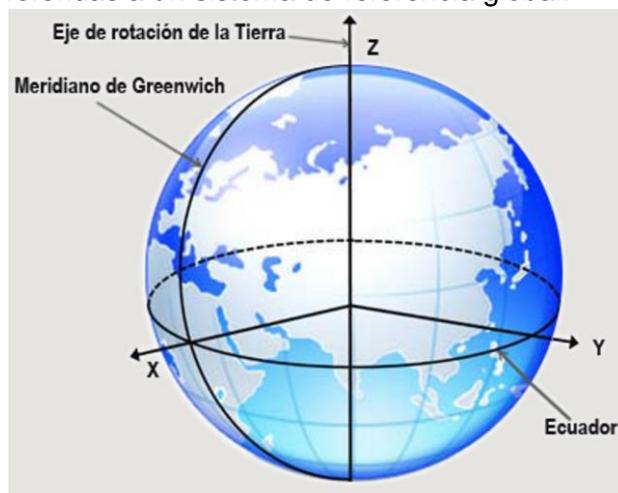


Figura 1.20: Sistema de referencia

Con el aporte de los servicios científicos de la Asociación Internacional de Geodesia, ha sido posible materializar sobre la superficie terrestre sistemas de referencia geocéntricos en los cuales el ajuste entre elipsoide y geoide se plantea a nivel global. Cada uno de estos servicios utiliza una técnica de observación distinta.

Cabe mencionar que a partir de múltiples recomendaciones, en la República Argentina se decidió adoptar el **Sistema de Referencia WGS84 (World Geodetic System 1984)**, de origen satelital. El mismo posee la característica de tener su centro coincidente con el centro de la Tierra y sus características son:

$$\begin{aligned}
 a &= \text{Semieje Ecuatorial} = 6.378,137 \text{ Km} \\
 b &= \text{Semieje Polar} = 6.356,752 \text{ Km} \\
 &\text{Diferencia: } 21,385 \text{ Km} \\
 f &= 1/298,26 \text{ (aplastamiento)}
 \end{aligned}$$

### Marcos de referencia

La materialización de un Sistema de Referencia se denomina **Marco de Referencia**. Este Sistema se materializa a partir de la construcción, la medición y el posterior cálculo de las coordenadas de una serie de puntos o pilares localizados sobre la superficie terrestre.

El Instituto Geográfico Nacional a través de la Ley Nacional de la Carta y la Disposición Administrativa 520/96, es el responsable Nacional del establecimiento, mantenimiento, actualización y perfeccionamiento del Marco de Referencia Geodésico Nacional para que sobre este marco de referencia se puedan desarrollar las tareas de las Provincias, Municipios, Catastros, organismos públicos, empresas privadas y usuarios particulares.

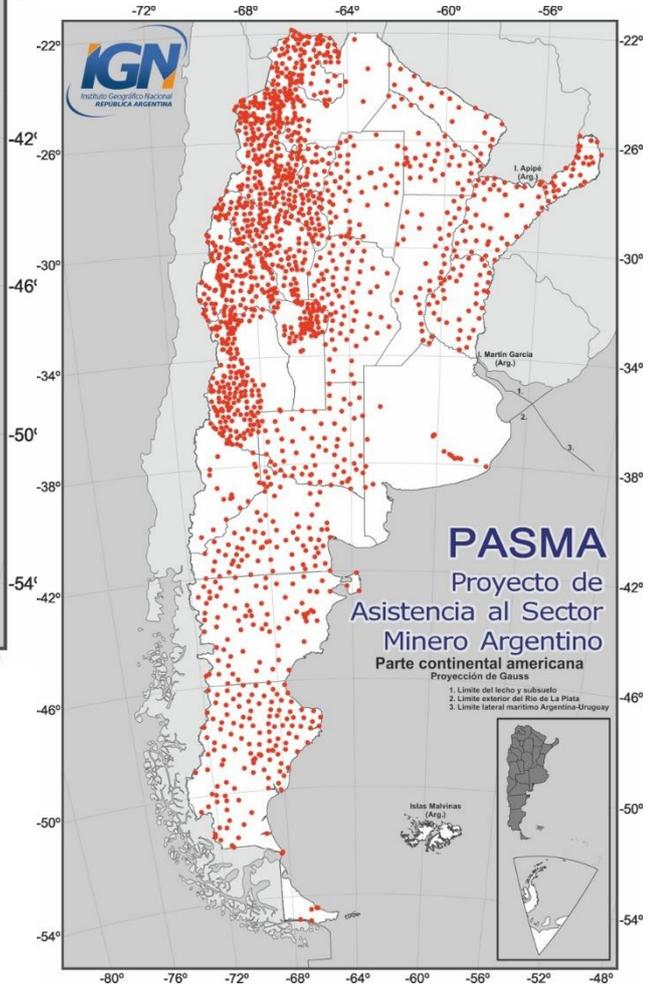
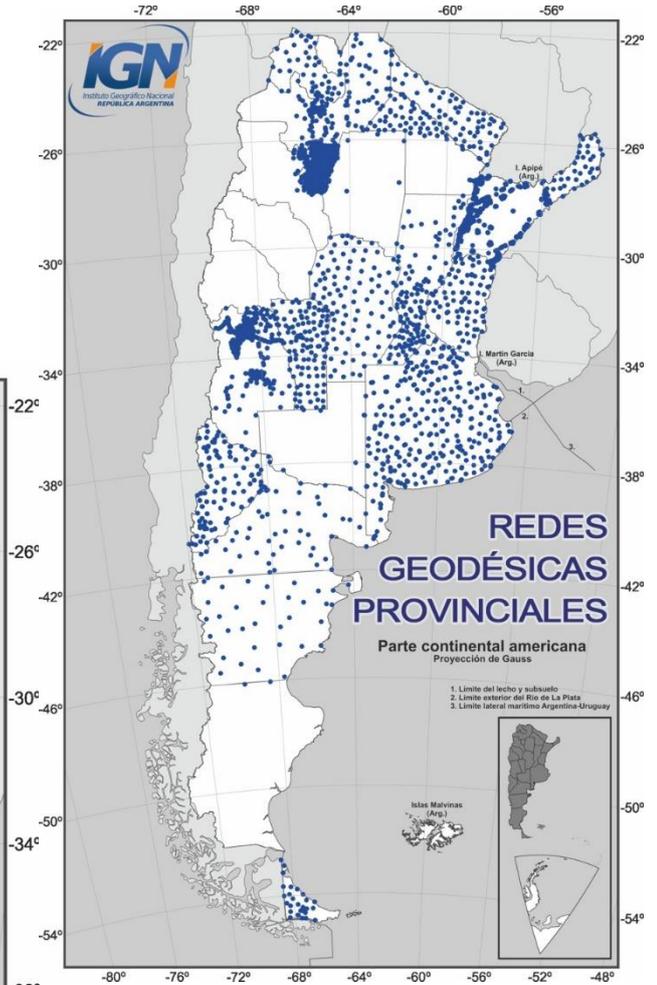
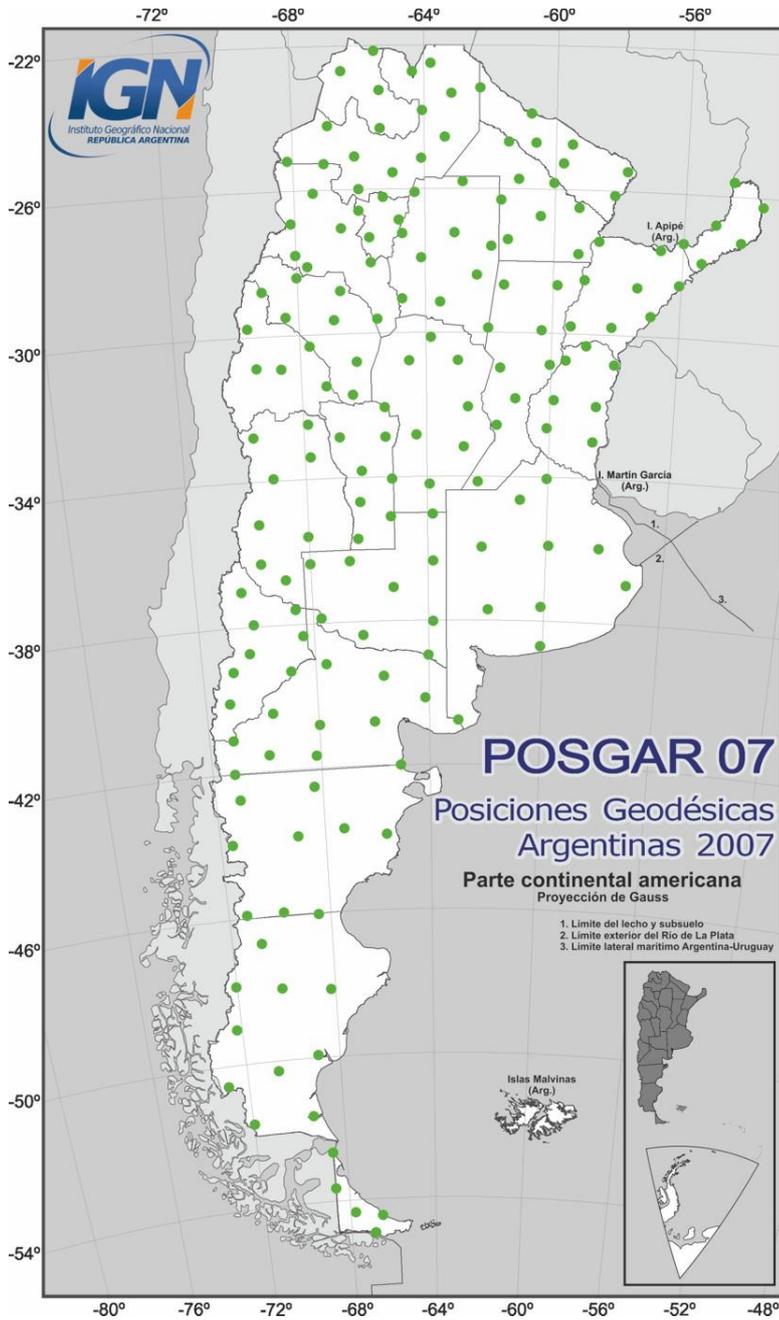
Durante el año 2005 y para materializar el sistema de referencia argentino comenzaron las mediciones para la actualización del Marco de Referencia Geodésico Nacional **POSGAR 07** (Posiciones Geodésicas Argentinas 2007). Dicho



marco se vinculó al Marco de Referencia Terrestre Internacional denominado **ITRF05** (International Terrestrial Reference Frame 2005) y **SIRGAS** (Sistema de Referencia Geocéntrico para las Américas).

La solución final publicada en el año 2009 consta de 178 coordenadas pertenecientes a pilares materializados sobre el terreno, y además, todas las coordenadas de las estaciones GPS permanentes que pertenecen a la red RAMSAC (Red Argentina de Monitoreo Satelital Continuo).

Por otra parte, con este Marco de Referencia se planteó el desafío de integrar a todas las redes Geodésicas Provinciales existentes y la del Proyecto PASMA (Proyecto de Apoyo al Sector Minero Argentino). Para ello se midieron aproximadamente 500 puntos, a partir de los cuales, se lograron calcular los parámetros de transformación para integrar todas las Redes Geodésicas de Argentina en un único Marco de Referencia Geodésico Nacional, dando origen a una red de aproximadamente 4500 puntos.



*Figura 1.21: Marcos de referencia*