

ERRORES DE MEDICIÓN

En las mediciones eléctricas, utilizamos para tal fin, instrumentos eléctricos tales como: voltímetros; amperímetros; watímetros; etc. Estos producen e introducen en la medición errores.

Uno de los errores que produce un instrumento de medida y el primero, es intrínseco y por el solo hecho de ser introducido en el circuito de medida. Este efecto será analizado ahora valiéndonos de las leyes de Ohm y de Kirchhoff.

Por ejemplo, dado el circuito simple de la figura 1, calculamos la corriente en condiciones ideales (la fuente es de tensión ideal, los hilos de conexión no tienen resistencia eléctrica y el resistor es puro):

$$I = V / R = 12 \text{ V} / 500 \text{ } \Omega = 0,024 \text{ A} = 24 \text{ mA}$$

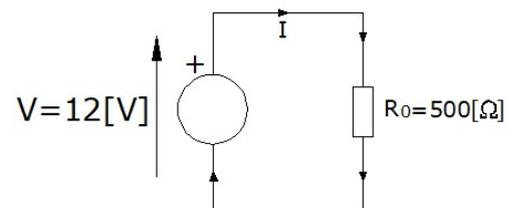


Fig 1.

Si queremos hacer una medición directa de la corriente eléctrica, introducimos un amperímetro en serie con el circuito de la figura 1. Como el amperímetro tiene un sistema de medida magnetoeléctrico, electromagnético o electrodinámico, en todos los casos involucra a una bobina de alambre de cobre, entonces el mismo poseerá una resistencia eléctrica. Al agregar esta resistencia eléctrica en serie con el circuito, estamos modificando los parámetros del mismo y la corriente que pretendemos medir ya no será igual, en este caso será disminuida y por ende habremos introducido necesariamente un error.

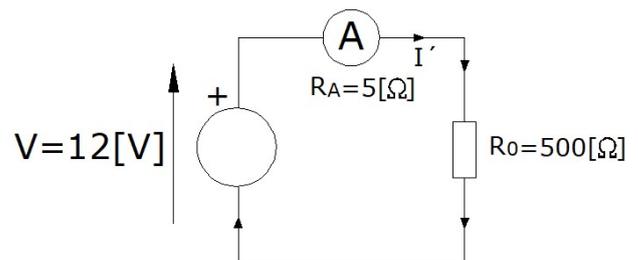


Fig 2.

$$I' = V / (R_o + R_A) = 12 \text{ V} / (500 + 5) \text{ } \Omega = 12 \text{ V} / 505 \text{ } \Omega = 23,76 \text{ mA}$$

Observamos como lo habíamos predicho, que la corriente ha disminuido. La diferencia de lo medido, con el valor real (considerando que el valor real o verdadero de una dimensión no existe o es imposible de conseguirse, por lo tanto tomaremos como tal al valor más probable conocido) en este caso el valor ideal obtenido del primer cálculo, constituye el error absoluto.

I' constituirá el valor medido considerando que el instrumento no ha introducido otro tipo de error.

$$\text{Error absoluto} = \text{Valor medido} - \text{Valor verdadero} \Rightarrow \Delta = I' - I = (23,76 - 24) \text{ mA} = -0,24 \text{ mA}$$

Pero más útil que el error absoluto, es el error relativo y es el que obtenemos cuando al error absoluto lo hacemos relativo a algún valor de referencia, por ej. el valor que consideramos verdadero:

$$\text{Error relativo} = (\text{Valor medido} - \text{Valor verdadero}) / \text{Valor verdadero}$$

Normalmente este error se expresa en forma porcentual:

$$e\% = \frac{V_{\text{medido}} - V_{\text{verdadero}}}{V_{\text{verdadero}}} * 100$$

En nuestro caso: $e_A \% = \frac{I' - I}{I} * 100 \Rightarrow e_A \% = (-23,76 / 24) \cdot 100 \Rightarrow e_A \% = -0,99 \% \approx 1 \%$

Expresamos el error en función de las resistencias del circuito: $e_A = \frac{\frac{V}{R_A + R_0} - \frac{V}{R_0}}{\frac{V}{R_0}}$

Simplificamos las V en el numerador y denominador, quedando todo en función de las resistencias del circuito.

Luego de operar algebraicamente llegamos a:

$$e_V = \frac{-1}{1 + \frac{R_0}{R_A}}$$

En esta expresión del error se ve claramente que, cuando menor sea R_A menor será el error introducido por el voltímetro.

Por ejemplo, dado el circuito simple de la figura 3, calculamos la tensión sobre R_0 , en condiciones ideales.

Calculemos en el circuito de la figura la tensión V_0 :

$$I = V / R_{tot} = V / (R_1 + R_0)$$

$$I = 12 \text{ V} / (1 + 2) \text{ K } \Omega = 12 \text{ V} / 3 \text{ K } \Omega$$

$$I = 4 \text{ mA}$$

$$V_0 = I \cdot R_0 = 4 \text{ mA} \cdot 2 \text{ K } \Omega$$

$$V_0 = 8 \text{ V}$$

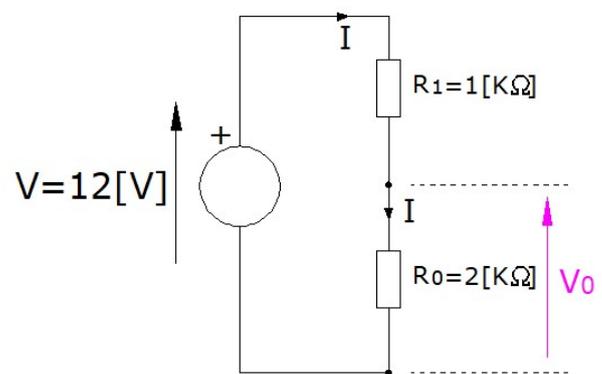


Fig 3.

Si queremos hacer una medición directa de la tensión, introducimos en el circuito un voltímetro en paralelo entre los puntos que queremos medir la tensión. Al igual que en las consideraciones tomadas para el amperímetro, aquí consideraremos que el voltímetro también tiene una resistencia eléctrica y al agregarla en paralelo estamos modificando los parámetros del circuito. De esta manera la tensión que pretendíamos medir ya no será la misma, sino que será menor. Hemos introducido con el voltímetro un error en la medición.

Calculemos en el circuito de la figura la tensión V_0 , suponiendo que la $R_V = 30 \text{ K } \Omega$:

Resistencia equivalente para la nueva V_0 :

$$R_{0V} = (R_0^{-1} + R_V^{-1})^{-1}$$

$$R_{0V} = R_0 \cdot R_V / (R_0 + R_V)$$

$$R_{0V} = (2^{-1} + 30^{-1})^{-1} = 1,875 \text{ K } \Omega$$

$$R_{tot} = R_1 + R_{0V} = 1 + 1,875 = 2,875 \text{ K } \Omega$$

$$I' = V / R_{tot} = 12 \text{ V} / 2,875 \text{ K } \Omega = 4,174 \text{ mA}$$

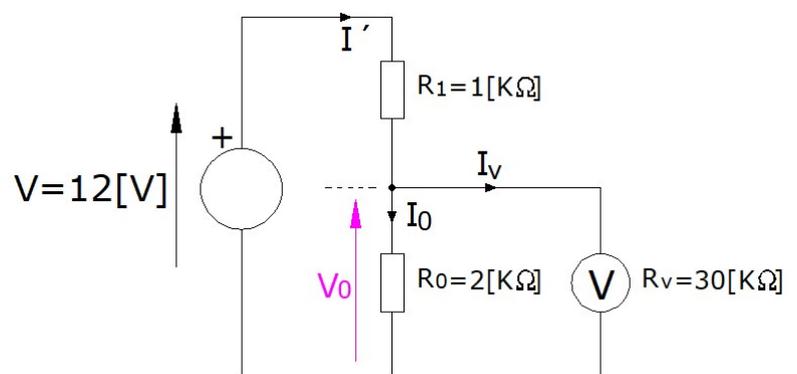


Fig 4.

$$V_0' = I' \cdot R_{0V} = 4,174 \text{ mA} \cdot 1,875 \text{ K} \Omega = 7,826 \text{ V}$$

Observamos como lo habíamos predicho que la tensión ha disminuido. La diferencia de lo medido, con el valor real, en este caso el valor ideal obtenido del primer cálculo, constituye el error absoluto.

V_0' constituirá el valor medido considerando que el instrumento no ha introducido otro tipo de error.

$$\text{Error absoluto} = \text{Valor medido} - \text{Valor verdadero} \Rightarrow \Delta = V_0' - V_0 = (7,826 - 8) \text{ V} = -0,174 \text{ V}$$

$$\text{Error relativo} = (\text{Valor medido} - \text{Valor verdadero}) / \text{Valor verdadero}$$

$$\text{En nuestro caso: } e_V \% = \frac{V_0' - V_0}{V_0} * 100 \Rightarrow e_V \% = (-0,174 / 8) \cdot 100 \Rightarrow e_V \% = -2,17 \%$$

$$\text{Expresamos el error en función de las resistencias del circuito: } e_V = \frac{I' \cdot R_{0V} - I \cdot R_0}{I \cdot R_0}$$

$$e_V = \frac{\frac{V * (R_0^{-1} + R_V^{-1})^{-1}}{R_1 + (R_0^{-1} + R_V^{-1})^{-1}} - \frac{V * R_0}{R_1 + R_0}}{\frac{V * R_0}{R_1 + R_0}}$$

Simplificamos las V en el numerador y denominador, quedando todo en función de las resistencias del circuito.

$$\text{Luego de operar algebraicamente llegamos a: } e_V = \frac{-R_0 \cdot R_1}{R_0 \cdot R_1 + (R_0 + R_1) \cdot R_V}$$

En esta expresión del error se ve claramente que, cuando mayor sea R_V menor será el error introducido por el voltímetro.

Consideremos ahora el amperímetro y el voltímetro involucrados en el mismo circuito, en un método de medición indirecta de resistencias.

Medimos con ambos instrumentos la corriente que pasa por una resistencia y la caída de tensión que esta produce y por el cociente de estos parámetros medidos obtenemos indirectamente lo que pensamos es la resistencia en cuestión:

$$R_{\text{medida}} = \text{Medición de voltímetro} / \text{Medición del amperímetro} \quad (1)$$

Observaremos que existen dos posibles conexiones y que cada una de ellas produce un error, al que llamaremos de método.

CONEXIÓN LARGA

En esta conexión el voltímetro está directamente sobre la fuente y amperímetro mide exactamente la corriente que circula por el resistor.

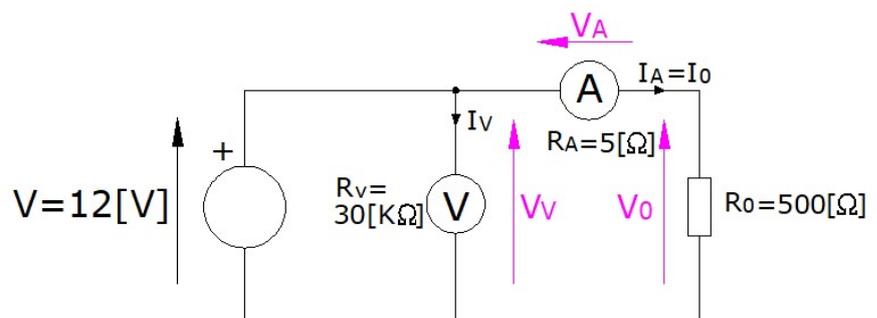


Fig 5.

Si aplicamos la ecuación (1), el valor de la resistencia medida contendrá un error, ya que la tensión que estamos utilizando en la misma no es la que existe verdaderamente en los extremos de R_0 , puesto que el voltímetro mide directamente la tensión de fuente pero para considerar V_0 , a esta habría que descontarle la caída de tensión en el amperímetro.

$$I_0 = I_A = V / R_{tot} = V / (R_A + R_0) = 12 \text{ V} / 2005 \Omega = 5,985 \text{ mA}$$

$$V_A = I_0 \cdot R_A = 5,985 \text{ mA} \cdot 5 \Omega = 30 \text{ mV} = 0,03 \text{ V}$$

$$V_0 = I_0 \cdot R_0 = 5,985 \text{ mA} \cdot 2 \text{ K}\Omega = 11,97 \text{ V}$$

Con la aplicación directa de la ec. (1) hubiéramos obtenido:

$$R_{med} = V_V / I_A = 12 \text{ V} / 5,985 \text{ mA} = 2005 \Omega$$

Valor que contiene el error introducido por el amperímetro, o sea que la resistencia obtenida corresponde al equivalente del circuito serie R_A más R_0 .

Para obtener el valor verdadero de R_0 debemos hacer:

$$R_0 = V_0 / I_0 = V_0 / I_A = 11,97 \text{ V} / 5,985 \text{ mA} = 2000 \Omega$$

Concluimos que para eliminar el error y obtener el valor verdadero de la R_0 , debemos descontarle al valor medido la resistencia del amperímetro:

$$R_0 = R_{med} - R_A$$

$$\text{Error absoluto: } \Delta = R_{med} - R_0 = (2005 - 2000) = 5 \Omega$$

$$\text{Error relativo: } e_A \% = \frac{R_{med} - R_0}{R_0} * 100 \Rightarrow e_A \% = (5 / 2000) \cdot 100 \Rightarrow e_A \% = 0,25 \%$$

Expresando el error en función de R_A : $e_A = \frac{\frac{V_V - V_V - V_A}{I_A}}{\frac{V_V - V_A}{I_A}}$ simplificamos I_A en el numerador y el

denominador: $e_A = \frac{V_V - V_V + V_A}{V_V - V_A} = \frac{V_A}{V_V - V_A} = \frac{1}{\frac{V_V}{V_A} - 1}$ y como $V_A = I_A \cdot R_A$

$$\Rightarrow e_A = \frac{1}{\frac{V_V}{I_A \cdot R_A} - 1} \text{ y } (V_V / I_A) \text{ representa la Resistencia medida } R_{med} \Rightarrow e_A = \frac{1}{\frac{R_{med}}{R_A} - 1}$$

Concluimos en que el error cometido por este método será menor si $R_A \ll R_{med}$

CONEXIÓN CORTA

En esta conexión el voltímetro está directamente sobre la resistencia a medir, por lo que mide exactamente la tensión y amperímetro mide la corriente por la resistencia más la que circula por el voltímetro.

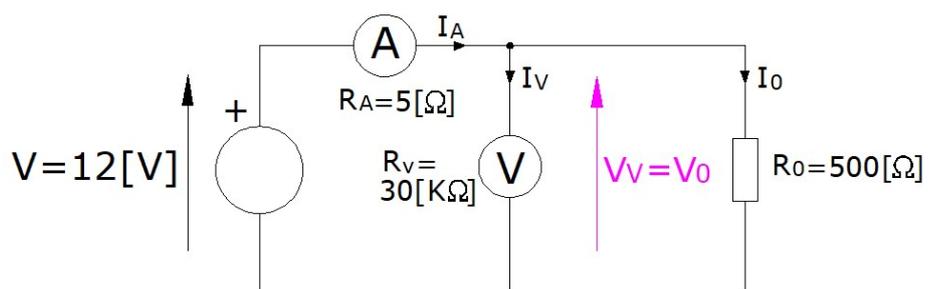


Fig 6.

Si aplicamos la ecuación (1), el valor de la resistencia medida contendrá un error, ya que la corriente que estamos utilizando en la misma no es la que circula verdaderamente por R_0 , ya que el amperímetro mide la corriente total de consumo de este circuito y para obtener el valor exacto habría que descontarle la corriente que se deriva por el voltímetro:

$$R_{0V} = R_V \cdot R_0 / (R_V + R_0) = 30 \cdot 2 / (30 + 2) = 1,875 \text{ K}\Omega$$

$$R_{\text{tot}} = R_{0V} + R_A = (1875 + 5) \Omega = 1880 \Omega$$

$$I_A = V / R_{\text{tot}} = 12 \text{ V} / 1,88 \text{ K}\Omega = 6,383 \text{ mA}$$

$$V_0 = V - V_A = V - I_A \cdot R_A = 12 \text{ V} - 0,006383 \text{ A} \cdot 5 \Omega = 11,968 \text{ V}$$

Con la aplicación directa de la ec. (1) hubiéramos obtenido:

$$R_{\text{med}} = V_V / I_A = 12 \text{ V} / 6,383 \text{ mA} = 1875 \Omega$$

Valor que contiene el error introducido por el voltímetro, o sea que la resistencia obtenida corresponde al equivalente del circuito paralelo R_V y R_0 .

Para obtener el valor verdadero de R_0 debemos hacer:

$$R_0 = V_0 / I_0 = V_0 / I_A = 11,968 \text{ V} / 6,383 \text{ mA} = 2000 \Omega$$

Concluimos que para eliminar el error y obtener el valor verdadero de la R_0 , debemos descontarle al valor medido de la conductancia, la conductancia del voltímetro:

$$1 / R_0 = 1 / R_{\text{med}} - 1 / R_V$$

$$\text{Error absoluto: } \Delta = R_{\text{med}} - R_0 = (1875 - 2000) = - 125 \Omega$$

$$\text{Error relativo: } e_A \% = \frac{R_{\text{med}} - R_0}{R_0} * 100 \Rightarrow e_A \% = (- 125 / 2000) \cdot 100 \Rightarrow e_A \% = - 6,25 \%$$

$$\text{Expresando el error en función de } R_A: e_A = \frac{\frac{V_V}{I_A} - \frac{V_V}{I_0}}{\frac{V_V}{I_0}} \text{ simplificamos } V_V \text{ en el numerador y el}$$

$$\text{denominador: } e_A = \frac{\frac{1}{I_A} - \frac{1}{I_0}}{\frac{1}{I_0}} = \frac{I_0}{I_A} - 1 \text{ pero la corriente } I_0 \text{ que circula por } R_0, \text{ es la}$$

diferencia entre la medida por el amperímetro y la que consume el voltímetro

$$e_A = \frac{\frac{1}{I_A} - \frac{1}{I_0}}{\frac{1}{I_0}} = \frac{I_A - I_V}{I_A} - 1 = \frac{I_A}{I_A} - \frac{I_V}{I_A} - 1$$

$$e_A = - \frac{I_V}{I_A} = - \frac{\frac{V_V}{R_V}}{I_A} = - \frac{V_V}{I_A} * \frac{1}{R_V} \text{ siendo } V_V / I_A = R_{\text{med}} \Rightarrow e_A = - \frac{R_{\text{med}}}{R_V}$$

Concluimos en que el error cometido por este método será menor si $R_V \gg R_{\text{med}}$