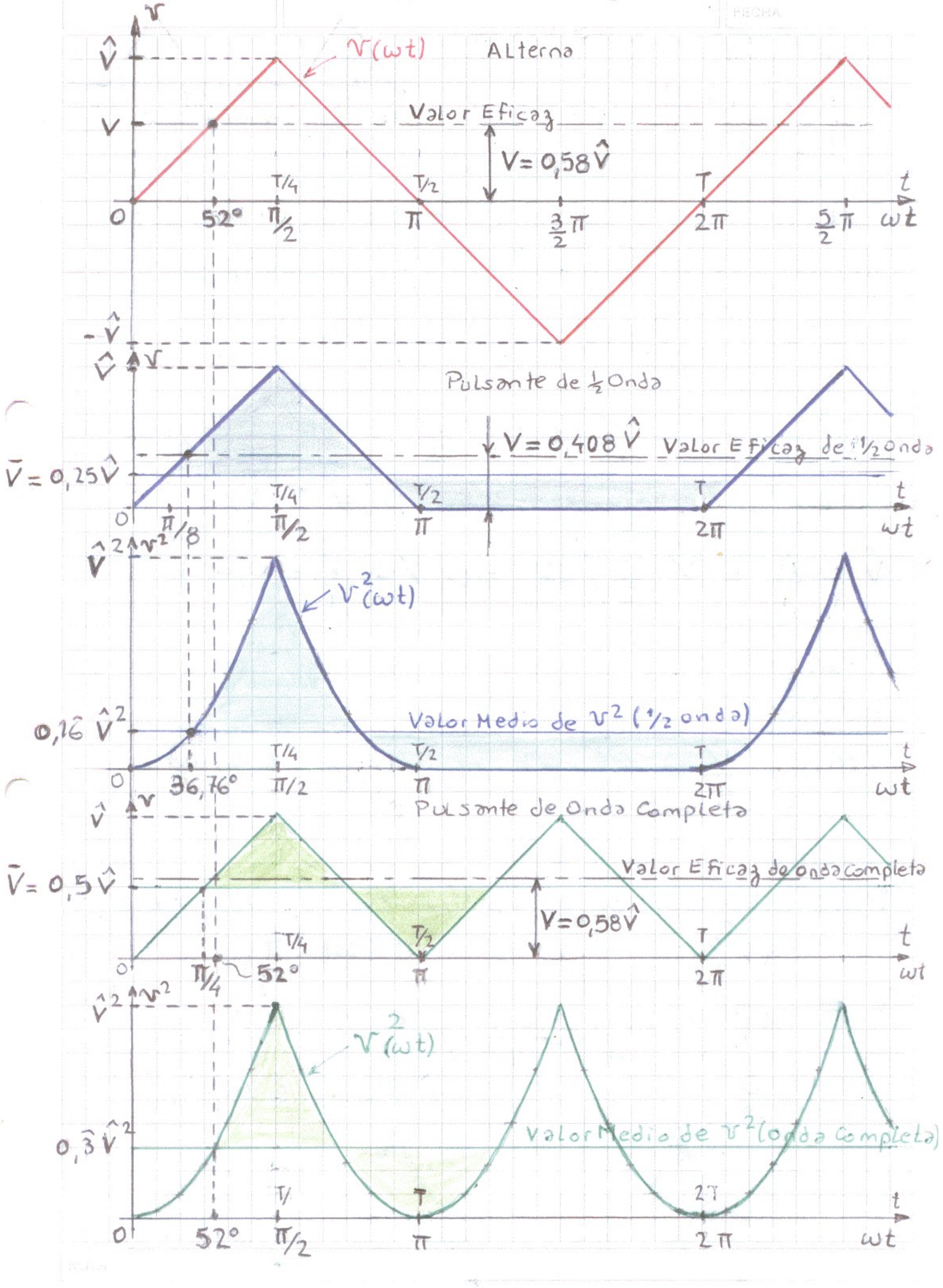
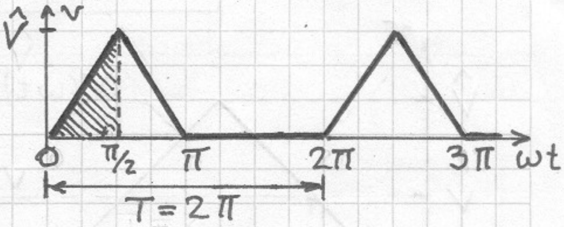
ONDA TRIANGULAR



a) Calculo del valor Medio de ½ Onda

$$v = \begin{cases} 2\hat{V}\,\dfrac{\omega t}{\pi} & ; \ 0 \leq \omega t \leq \dfrac{\pi}{2} \\ 2\hat{V}\left(1-\dfrac{\omega t}{\pi}\right) & ; \ \dfrac{\pi}{2} \leq \omega t \leq \pi \\ 0 & ; \ \pi \leq \omega t \leq 2\pi \end{cases}$$



Para calcular el área debajo de la onda en todo el periodo (2π), hacemos el área entre 0 y $\pi/2$ y multiplicamos por 2.

$$A = 2\int_0^{\pi/2} \frac{2\cdot\hat{V}}{\pi}(\omega t)\,d\omega t = \frac{4\hat{V}}{\pi}\left|\frac{(\omega t)^2}{2}\right|_0^{\pi/2} =$$

$$\frac{2\hat{V}}{\pi}\left(\frac{\pi^2}{4}-0\right) = \frac{\cancel{2}\hat{V}}{\cancel{\pi}}\cdot\frac{\pi^{\cancel{2}}}{\cancel{4}_2} \Rightarrow A = \hat{V}\,\frac{\pi}{2}$$ Esto es lógico porque el área del triángulo es $(b\cdot h/2) \equiv \pi\cdot\hat{V}/2$

$$\bar{V} = \frac{A}{T} = \hat{V}\cdot\frac{\cancel{\pi}}{2}\Big/2\cancel{\pi} \Rightarrow \boxed{\bar{V} = \frac{\hat{V}}{4} = 0{,}25\,\hat{V}}$$

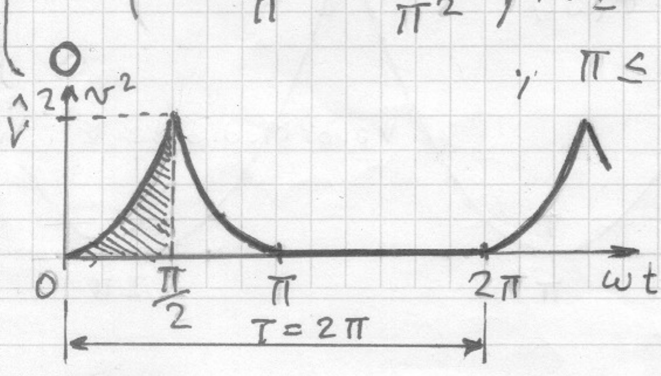
El ángulo para el que la onda adquiere este valor medio es:

$$v(\theta_1) = \frac{\cancel{\hat{V}}}{4} = \frac{2\cancel{\hat{V}}}{\pi}\cdot\theta_1 \Rightarrow \boxed{\theta_1 = \frac{\pi}{8} = 0{,}39\,\text{rad} = 22{,}5^\circ}$$

b) Calculo del valor eficaz de ½ Onda

Para ello elevamos la función al cuadrado

$$v^2 = \begin{cases} 4\hat{V}^2\dfrac{(\omega t)^2}{\pi^2} & ; \ 0 \leq \omega t \leq \pi/2 \\ 4\hat{V}^2\left(1-\dfrac{2\omega t}{\pi}+\dfrac{4(\omega t)^2}{\pi^2}\right) & ; \ \dfrac{\pi}{2} \leq \omega t \leq \pi \\ 0 & ; \ \pi \leq \omega t \leq 2\pi \end{cases}$$



NOTA

Para calcular el área debajo de la onda en todo el período (2π): Multiplico el área sombreada por 2

$$A = 2\int_0^{\pi/2} 4\hat{V}^2 \frac{(\omega t)^2}{\pi^2}\, d(\omega t) = 8\frac{\hat{V}^2}{\pi^2}\left|\frac{(\omega t)^3}{3}\right|_0^{\pi/2}$$

$$A = \frac{\cancel{8}}{3}\frac{\hat{V}^2}{\cancel{\pi^2}}\cdot\frac{\pi^{\cancel{3}}}{\cancel{8}} \Rightarrow A = \frac{\hat{V}^2\pi}{3}$$ Area debajo de $V(\omega t)^2$ entre 0 y $\pi/2$

$$(\overline{V^2}) = Area/T = \frac{\hat{V}^2\cdot\pi}{3}\Big/2\pi = \frac{\hat{V}^2}{6} = 0{,}1\hat{6}\,\hat{V}^2$$

El ángulo para que la onda adquiera este valor es:

$$V(\theta_1)^2 = \frac{\cancel{\hat{V}^2}}{6} = \frac{4\cancel{\hat{V}^2}}{\pi^2}\cdot\theta_1^2 \Rightarrow \theta_1^2 = \frac{\pi^2}{24} \Rightarrow$$

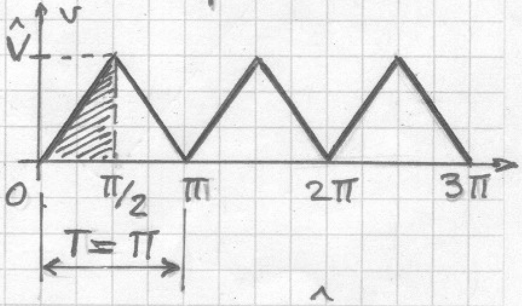
$$\theta_1 = \pi/\sqrt{24} = 0{,}64\,[rad] = 36{,}71°$$

El valor eficaz será:

$$V^2 = \frac{\hat{V}^2}{6} \Rightarrow \boxed{V = \frac{\hat{V}}{\sqrt{6}} = 0{,}408\,\hat{V}}$$

c) Cálculo del valor medio de onda completa

$$V = \begin{cases} 2\hat{V}\dfrac{\omega t}{\pi}, & 0 \leq \omega t \leq \pi/2 \\ 2\hat{V}\left(1 - \dfrac{\omega t}{\pi}\right), & \pi/2 \leq \omega t \leq \pi \end{cases}$$



El Area se calcula igual que antes: $A = \hat{V}\pi/2$

Pero el período vale la mitad que antes $\Rightarrow$

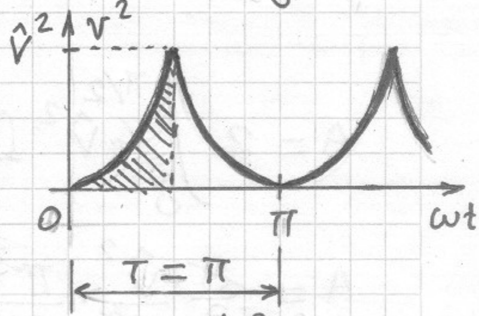
$$\bar{V} = \frac{A}{T} = \frac{\hat{V}\,\cancel{\pi}/2}{\cancel{\pi}} \Rightarrow \boxed{\bar{V} = \frac{\hat{V}}{2} = 0{,}5\,\hat{V}}$$

El ángulo para que la onda adquiera este valor es:

$$V(\theta_1) = \frac{\hat{V}}{2} = \frac{2\hat{V}}{\pi} \cdot \theta_1 \Longrightarrow \boxed{\theta_1 = \frac{\pi}{4} = 45^\circ}$$

d) Calculo del valor eficaz de onda completa y de la alterna

$$V^2 = \begin{cases} 4\hat{V}^2 \dfrac{(\omega t)^2}{\pi^2} & ; \ 0 \le \omega t \le \pi/2 \\ 4\hat{V}^2 \left(1 - \dfrac{\omega t}{\pi}\right)^2 & ; \ \pi/2 \le \omega t \le \pi \end{cases}$$



El Area se calcula igual que antes : $A = \hat{V}^2 \cdot \pi/3$

El valor medio de la funcion al cuadrado será

$$(\overline{V^2}) = \text{Area}/T = \hat{V}^2 \cdot \frac{\pi}{3} / \pi \Rightarrow (\overline{V^2}) = \frac{\hat{V}^2}{3}$$

El ángulo p/que la onda adquiera este valor es:

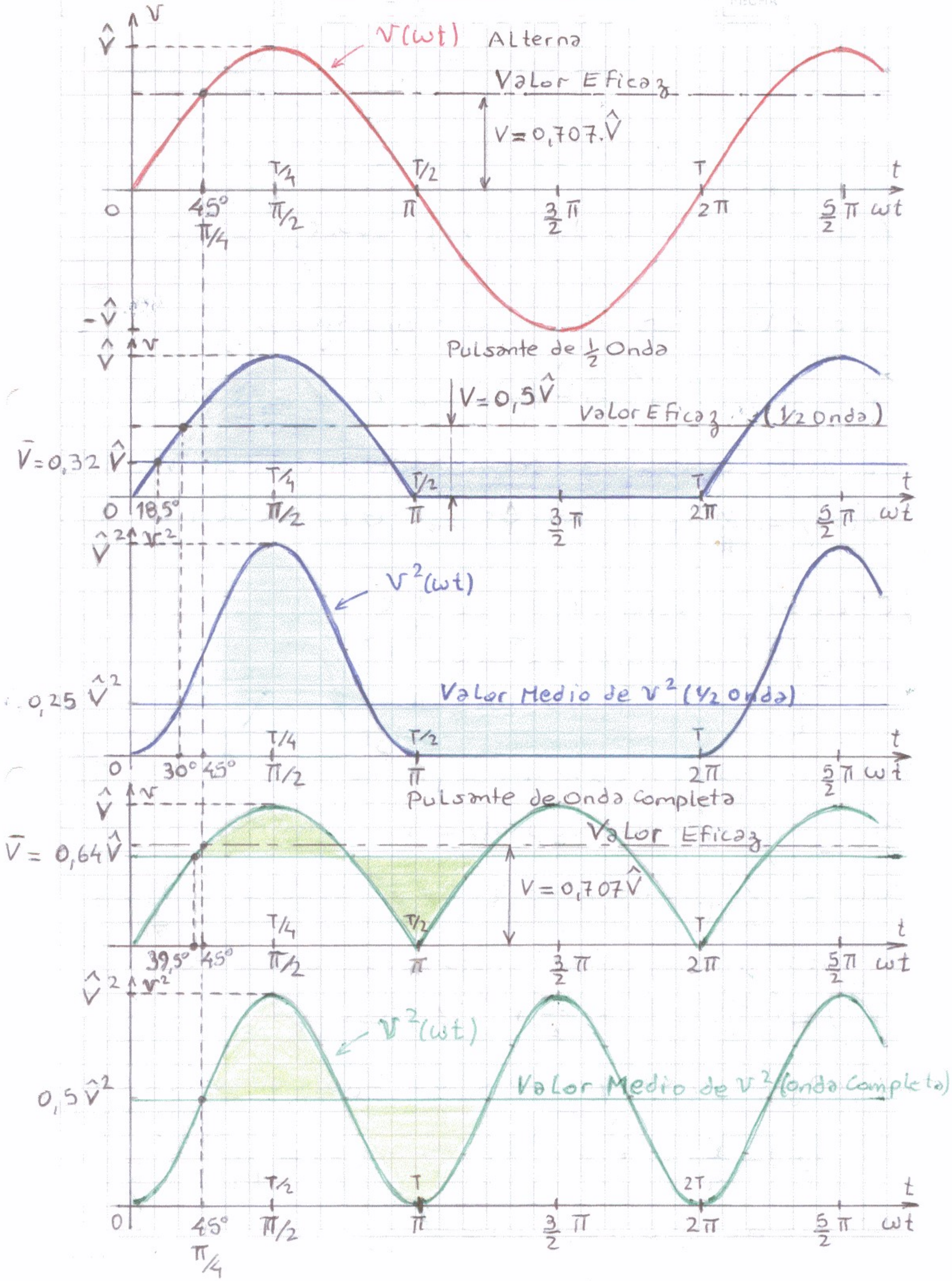
$$V^2(\theta_1) = \frac{\hat{V}^2}{3} = \frac{4\hat{V}^2}{\pi^2} \cdot \theta_1^2 \Longrightarrow \theta_1^2 = \frac{\pi^2}{12}$$

$$\theta_1 = \pi/\sqrt{12} = 0,907 [\text{rad}] = 51,96^\circ$$

El valor eficaz será:

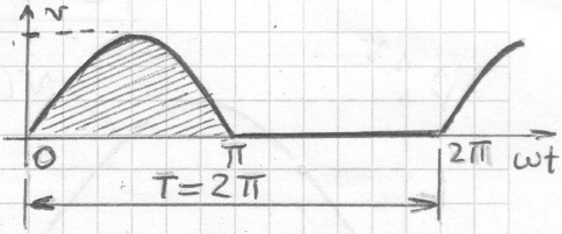
$$V^2 = \frac{\hat{V}^2}{3} \Longrightarrow \boxed{V = \frac{\hat{V}}{\sqrt{3}} = 0,577 \cdot \hat{V}}$$

ONDA SENOIDAL



a) Cálculo del valor medio de ½ onda

$$v = \begin{cases} \hat{V}\ \mathrm{Sen}\,\omega t & , 0 \le \omega t \le \pi \\ 0 & , \pi \le \omega t \le 2\pi \end{cases}$$



Calculamos el Area sombreada

$$A = \int_0^{\pi} \hat{V}\cdot \mathrm{Sen}\,\omega t\ d(\omega t) = \hat{V}\cdot \left|-\mathrm{Cos}\,\omega t\right|_0^{\pi} = \hat{V}(\underbrace{-\mathrm{Cos}\,\pi - \mathrm{Cos}\,0}_{2})$$

$A = 2\hat{V}$ $\Rightarrow$ El valor promedio será:

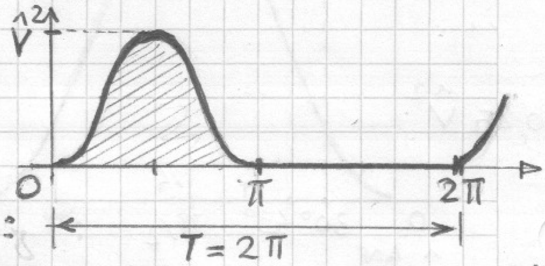
$$\bar{V} = \mathrm{Area}/T = \cancel{2}\hat{V}/\cancel{2}\pi \Rightarrow \bar{V} = \frac{\hat{V}}{\pi} = 0{,}318\,\hat{V}$$

El ángulo p/ que la onda alcance este valor es:

$$v(\theta_1) = \frac{\cancel{\hat{V}}}{\pi} = \cancel{\hat{V}}\cdot \mathrm{Sen}\,\theta_1 \Rightarrow \theta_1 = \mathrm{arc\,Sen}\,\frac{1}{\pi} = 18{,}5^\circ$$

b) Cálculo del valor eficaz de $\frac{1}{2}$ Onda

$$v^2 = \begin{cases} \hat{V}^2\cdot \mathrm{Sen}^2\omega t & , 0 \le \omega t \le \pi \\ 0 & , \pi \le \omega t \le 2\pi \end{cases}$$



Calculamos el Area entre 0 y π:

$$\mathrm{Area} = \int_0^{\pi} \hat{V}^2\cdot \mathrm{Sen}^2\omega t\ d(\omega t) = \hat{V}^2\,\frac{1}{2}\left|\omega t - \mathrm{Sen}\,\omega t\cdot \mathrm{Cos}\,\omega t\right|_0^{\pi}$$

$$\mathrm{Area} = \frac{\hat{V}^2}{2}\Big(\pi - \underbrace{\mathrm{Sen}\,\pi}_{1}\cdot \cancel{\underbrace{\mathrm{Cos}\,\pi}_{0}} - 0 + \cancel{\underbrace{\mathrm{Sen}\,0}_{0}}\cdot \underbrace{\mathrm{Cos}\,0}_{1}\Big) = \frac{\hat{V}}{2}\cdot \pi$$

El valor medio de la función al cuadrado es:

$$\overline{(v^2)} = \mathrm{Area}/T = \frac{\pi}{2}\hat{V}^2/2\pi \Rightarrow \overline{(v^2)} = \frac{\hat{V}^2}{4} = 0{,}25\,\hat{V}^2$$

El ángulo p/ el que la onda $v^2_{(\omega t)}$ adquiera ese valor

es: $$v^2_{(\theta_1)} = \frac{\cancel{\hat{V}^2}}{4} = \cancel{\hat{V}^2}\,\mathrm{Sen}^2\,\theta_1 \Rightarrow \mathrm{Sen}\,\theta_1 = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} \Rightarrow$$

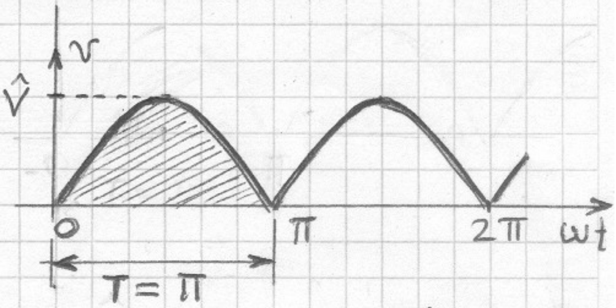
$$\Rightarrow \theta_1 = \mathrm{arc\,Sen}\,0{,}5 \Rightarrow \theta_1 = 30^\circ$$

NOTA

El valor eficaz vale: $\boxed{V=\sqrt{\frac{\hat{V}^2}{4}} = \frac{\hat{V}}{2} = 0{,}5\,\hat{V}}$

c) Cálculo del valor medio de onda completa

$v = \hat{V}.\operatorname{Sen}\omega t \quad ; \; 0 \le \omega t \le \pi$



El Area se calcula igual que antes: $A = 2\hat{V}$

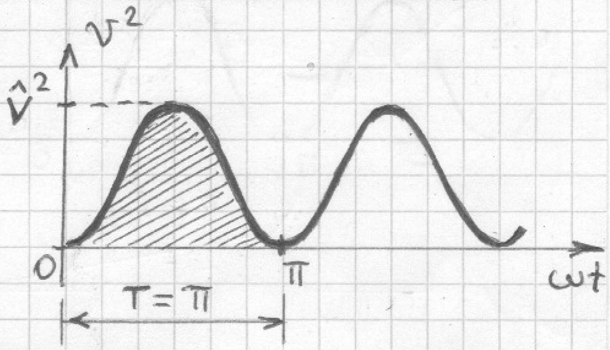
$\bar{V} = \text{Area}/T = 2\hat{V}/\pi \Rightarrow \bar{V} = \frac{2}{\pi}\hat{V} = 0{,}638\,\hat{V}$

El ángulo p/ que la onda alcance este valor es:

$v(\theta 1) = \frac{2}{\pi}\cancel{\hat{V}} = \cancel{\hat{V}}.\operatorname{Sen}\theta 1 \Rightarrow \boxed{\theta 1 = \operatorname{arc\,Sen}\frac{2}{\pi} = 39{,}54°}$

d) Cálculo del valor eficaz de la onda completa.

$v^2 = \hat{V}^2.\operatorname{Sen}^2\omega t \quad ; \; 0 \le \omega t \le \pi$



El Area se calcula igual que antes:

$A = \frac{\pi}{2}\hat{V}^2$

El valor medio de la función al cuadrado es:

$\overline{(v^2)} = \text{Area}/T = \frac{\cancel{\pi}}{2}\hat{V}^2/\cancel{\pi} \Rightarrow \overline{(v^2)} = \frac{\hat{V}^2}{2} = 0{,}5\,\hat{V}^2$

El ángulo p/el que la onda $v^2_{(\omega t)}$ adquiere este valor es:

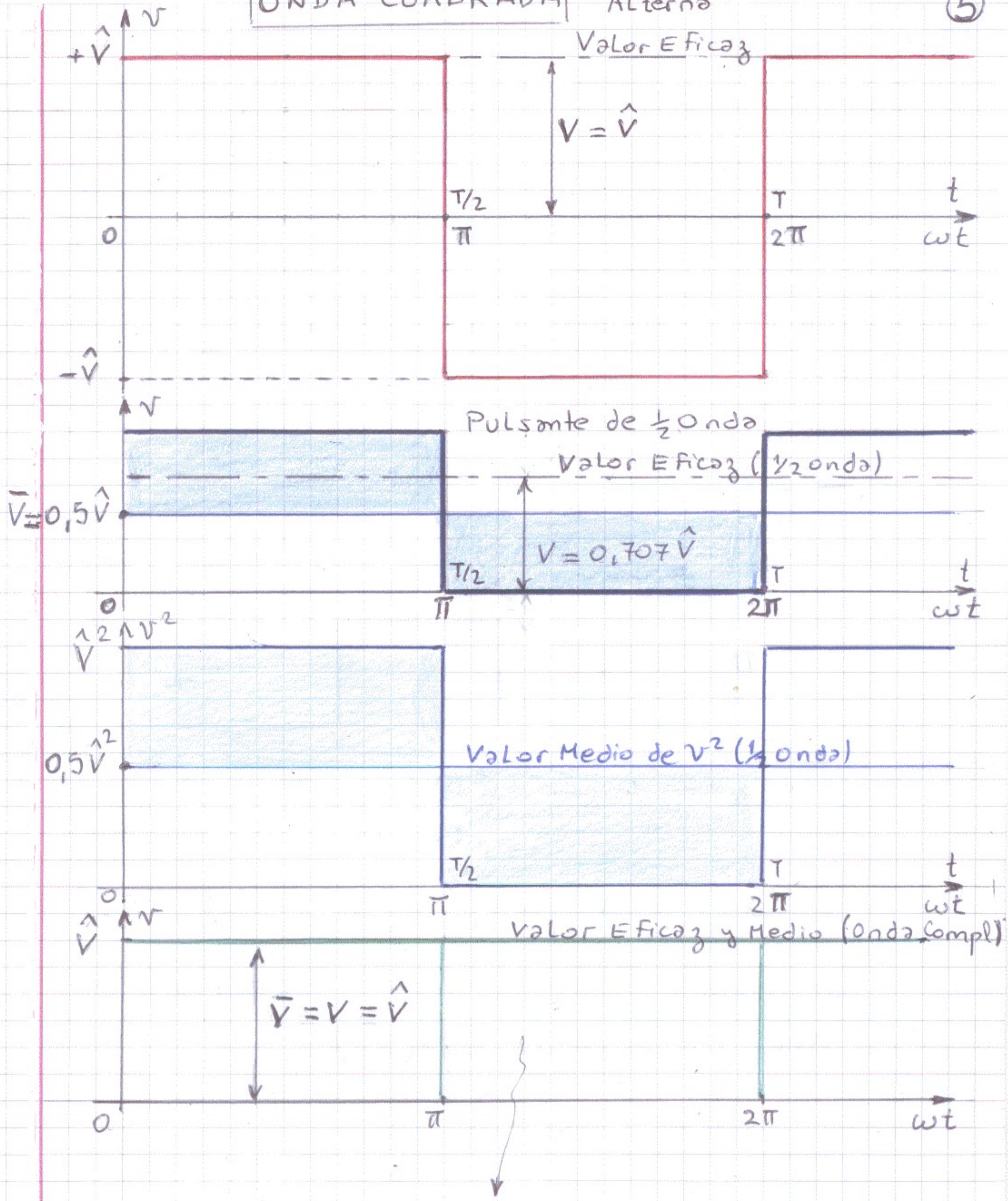
$v^2_{(\theta 1)} = \frac{\cancel{\hat{V}^2}}{2} = \cancel{\hat{V}^2}\operatorname{Sen}^2\theta 1 \Rightarrow \operatorname{Sen}\theta 1 = \sqrt{\frac{1}{2}}$

$\theta 1 = \operatorname{arc\,Sen}(1/\sqrt{2}) \Rightarrow \boxed{\theta 1 = 45° = \pi/4\,[\text{rad}]}$

El valor eficaz vale: $V = \sqrt{\frac{\hat{V}^2}{2}} \Rightarrow \boxed{V = \frac{\hat{V}}{\sqrt{2}} = 0{,}707\,\hat{V}}$

ONDA CUADRADA

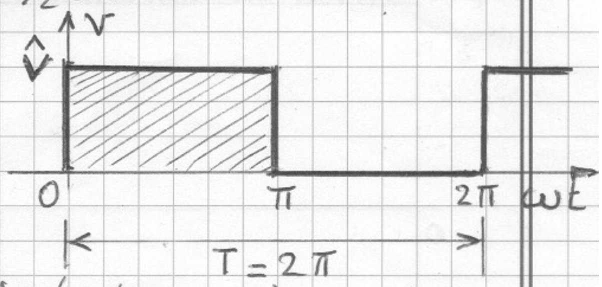
Alterno



En este caso la pulsante de Onda completa coincide con una continua
$\Rightarrow$ Deja de Pulsar.

a) Cálculo del valor medio de ½ onda

$$v = \begin{cases} \hat{V} & ,\ 0 \leq \omega t \leq \pi \\ 0 & ,\ \pi \leq \omega t \leq 2\pi \end{cases}$$



Calculamos el Area sombreada (entre 0 y π)

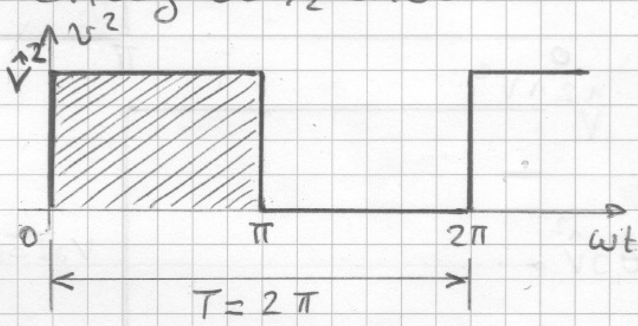
$$A = \int_0^{\pi} \hat{V} \cdot d(\omega t) = \hat{V} \left| \omega t \right|_0^{\pi} = \hat{V} \cdot (\pi - 0) = \hat{V} \cdot \pi$$

El valor medio será: $\bar{V} = \text{Area}/T = \dfrac{\pi \cdot \hat{V}}{2\pi} \Rightarrow$

$$\bar{V} = \frac{\hat{V}}{2} = 0{,}5\ \hat{V}$$

b) Calculamos el valor eficaz de ½ onda

$$v^2 = \begin{cases} \hat{V}^2 & ,\ 0 \leq \omega t \leq \pi \\ 0 & ,\ \pi \leq \omega t \leq 2\pi \end{cases}$$



Calculamos el Area sombreada (entre 0 y π)

$$A = \int_0^{\pi} \hat{V}^2 d(\omega t) = \hat{V}^2 \left| \omega t \right|_0^{\pi} = \hat{V}^2 (\pi - 0) = \pi \cdot \hat{V}^2$$

El valor medio de la función al cuadrado será:

$$\overline{(v^2)} = \text{Area}/T = \frac{\pi \hat{V}^2}{2\pi} \Rightarrow \overline{(v^2)} = \frac{\hat{V}^2}{2}$$

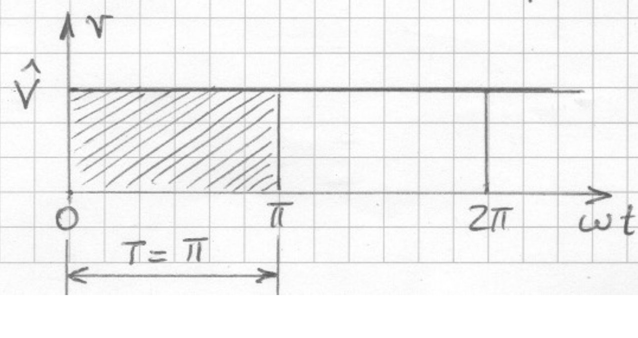
El valor eficaz será:

$$V = \sqrt{\frac{\hat{V}^2}{2}} \Rightarrow V = \frac{\hat{V}}{\sqrt{2}} = 0{,}707\ \hat{V}$$

---

c) Calculo del valor medio de onda completa.

$$v = \hat{V} \quad ,\ 0 \leq \omega t \leq \pi$$



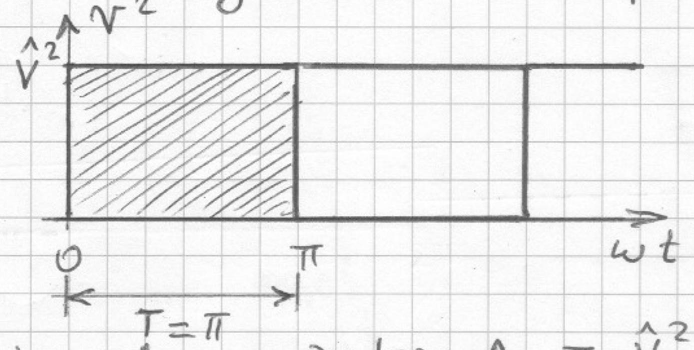
EL Area se calcula igual que antes: $A = \pi \cdot \hat{V}$

EL valor medio será: $\bar{V} = Area/T = \frac{\cancel{\pi}\hat{V}}{\cancel{\pi}}$

$\Rightarrow \bar{V} = \hat{V}$

d) Calculo del valor eficaz de onda completa

$v^2 = \hat{V}^2$, $0 \leq \omega t \leq \pi$



EL Area se calcula igual que antes: $A = \pi \cdot \hat{V}^2$

El valor medio de la función al cuadrado será: $(\overline{v^2}) = A/T = \frac{\cancel{\pi}\hat{V}^2}{\cancel{\pi}} = \hat{V}^2$

EL valor eficaz es: $V = \sqrt{\hat{V}^2} \Rightarrow V = \hat{V}$