

Dado un transformador monofásico rural (MAYO) con los siguientes datos:

Potencia nominal: $S_{nom} = 10 \text{ KVA}$

Tensiones nominales: $V_{1nom} / V_{2nom} = 7620 \pm 5 \% / 231 \text{ V}$

Corrientes nominales: $I_{1nom} / I_{2nom} = 1,312 / 43,29 \text{ A}$

Se ensaya en vacío y en cortocircuito a $40 \text{ }^\circ\text{C}$

Y se miden con corriente continua a $25 \text{ }^\circ\text{C}$, la resistencia de los devanados dando:

$R_1 = 61,92 \text{ } \Omega$ y $R_2 = 69,6 \text{ m}\Omega$

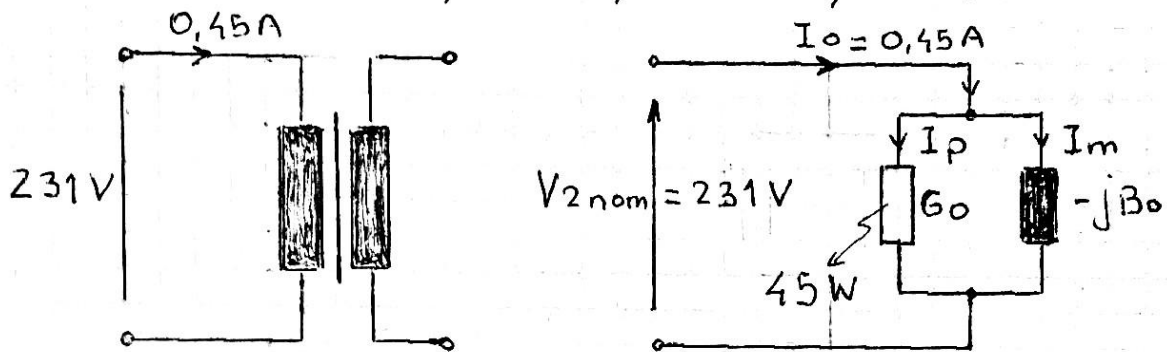
Determinar los parámetros y circuito equivalente eléctrico simplificado y aproximado del mismo.

TRANSFORMADOR RURAL "MAYO"

Placa de Datos : $S_{nom} = 10 [kVA]$, $\mu_{cc} = 4,5\%$
 $V_1/V_2 = 7620 \pm 5\% / 231 [V]$, $r_t = 33$
 $I_1/I_2 = \frac{10000}{7620} / \frac{10000}{231} = 1,312/43,29 A$

Ensayo en vacío : Alimentamos el 2º del transformador

$V_{2nom} = 231 V$, $I_0 = 0,45 A$, $P_0 = 45 W$



$$G_0 = \frac{P_0}{V_{2nom}^2} = \frac{45 W}{(231 V)^2} \Rightarrow G_0 = 8,43 \times 10^{-3} [S] = 0,843 [mS]$$

$$Y_0 = \frac{I_0}{V_{2nom}} = \frac{0,45 A}{231 V} \Rightarrow Y_0 = 1,948 \times 10^{-3} [S] = 1,948 [mS]$$

$$B_0 = \sqrt{Y_0^2 - G_0^2} = \sqrt{(1,948 m)^2 - (0,843 m)^2} \Rightarrow B_0 = 1,756 [mS]$$

$$\varphi_0 = \arctg\left(\frac{B_0}{G_0}\right) = \arctg\left(\frac{1,756 m}{0,843 m}\right) \Rightarrow \varphi_0 = 64,35^\circ$$

$$\dot{Y}_0 = (0,843 - j 1,756) [mS] = 1,948 \angle -64,35^\circ [mS]$$

$$\text{ó bien podríamos hacer : } \dot{Z}_0 = 1/\dot{Y}_0 = 513,35 \angle 64,35^\circ [\Omega]$$

$$\dot{I}_0 = 0,45 \angle -64,35^\circ [A] = (0,195 - j 0,406) [A]$$

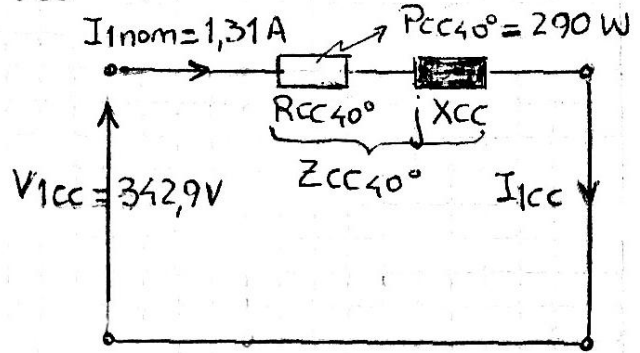
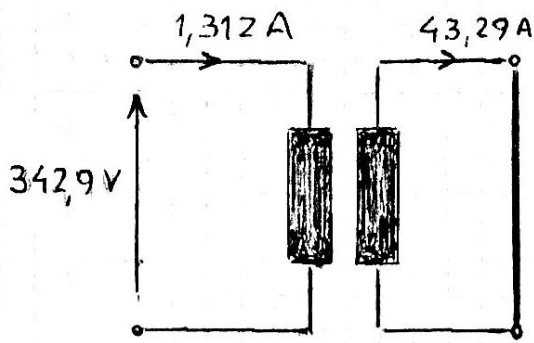
$$I_p = 195 \text{ mA}$$

$$I_m = 406 \text{ mA}$$

$$\mu_0 \% = \frac{I_0}{I_{2nom}} \cdot 100 = \frac{0,45 \cdot 100}{43,29} \Rightarrow \mu_0 \% = 1,04 \%$$

Ensayo en corto circuito: Alimentamos el 1º del transformador

$$I_{1nom} = 1,31 \text{ A} \quad , \quad V_{1cc} = \frac{4,5 \cdot 7620}{100} = 342,9 \text{ V} \quad , \quad P_{cc40^\circ} = 290 \text{ W}$$



Se miden las resistencias ohmicas de los arrollamientos con corriente continua a 25° de temperatura ambiente.

$$R_{125^\circ} = 61,92 [\Omega] \quad \text{y} \quad R_{225^\circ} = 69,6 [\text{m}\Omega]$$

R_{cc25° Referida al bobinado de mayor tensión es:

$$R_{cc25^\circ} = R_{125^\circ} + R_{225^\circ}' = R_{125^\circ} + R_{225^\circ} \cdot \Gamma^2$$

$$R_{cc25^\circ} = 61,92 + 0,0696 \cdot 33^2 = 61,92 + 75,79 = 137,7 [\Omega]$$

Como la P_{cc} fue medida a 40°C debemos adaptar R_{cc} desde 25°C a 40°C:

$$R_{1j40^\circ} = R_{125^\circ} \cdot \left(\frac{40 + 234,5}{25 + 234,5} \right) = 61,92 \cdot 1,0578 = 65,5 [\Omega]$$

$$R_{2j40^\circ}' = R_{225^\circ}' \cdot \left(\frac{40 + 234,5}{25 + 234,5} \right) = 75,79 \cdot 1,0578 = 80,2 [\Omega]$$

$$R_{jcc40^\circ} = R_{140^\circ} + R_{240^\circ}' \Rightarrow R_{cc40^\circ} = 145,7 [\Omega]$$

Con esta resistencia se produce una pérdida por efecto Joule, con corriente nominal, de:

$$P_{j40^\circ} = R_{jcc40^\circ} \cdot I_{1nom}^2 = 145,7 \Omega \cdot (1,312 \text{ A})^2 = \underline{250,8 \text{ W}}$$

La potencia medida de corto circuito es mayor; la diferencia se debe a las pérdidas adicionales en c.a. (Proximidad y Efecto Pelicular).

$$P_{CC40^\circ} = P_{jcc40^\circ} + P_{adcc40^\circ}$$

$$P_{adcc40^\circ} = P_{CC40^\circ} - P_{jcc40^\circ} = 290 - 250,7$$

$$P_{adcc40^\circ} = 39,3 \text{ W}$$

$$R_{CC40^\circ} = \frac{P_{CC40^\circ}}{I_{1n}^2} = \frac{290 \text{ W}}{(1,312 \text{ A})^2} \Rightarrow \underline{R_{CC40^\circ} = 168,5 \Omega}$$

Impedancia de corto-circuito a 40° :

$$Z_{CC40^\circ} = \frac{V_{1cc}}{I_{1nom}} = \frac{342,9 \text{ V}}{1,312 \text{ A}} \Rightarrow \underline{Z_{CC40^\circ} = 261,4 [\Omega]}$$

$$X_{CC} = \sqrt{Z_{CC40^\circ}^2 - R_{CC40^\circ}^2} = \sqrt{261,4^2 - 168,5^2} \Rightarrow$$

$$\underline{X_{CC} = 200 [\Omega]}$$

$X_{CC} = X_1 + X_2'$ No las podemos discriminar

$X_1 = X_2'$; Si los devanados son longitudinales



$X_1 \neq X_2'$; Si los devanados son concéntricos
(Devanado externo $>$ X que el interno)



Reducción a 75°C , condición de régimen:

Las pérdidas adicionales en c.a. varían en forma inversa las pérdidas por efecto Joule, con la temperatura:

$$P_{jcc75^\circ} = P_{jcc40^\circ} \cdot \left(\frac{75 + 234,5}{40 + 234,5} \right) = 250,8 \cdot 1,28 = 282,8 \text{ W}$$

$$P_{adcc75^\circ} = P_{adcc40^\circ} \cdot \left(\frac{40 + 234,5}{75 + 234,5} \right) = 39,3 \cdot 1,128^{-1} = 34,9 \text{ W}$$

$$P_{CC75^\circ} = P_{jcc75^\circ} + P_{adcc75^\circ} = 282,8 + 34,9$$

$$\boxed{P_{CC75^\circ} = 317,7 [\text{W}]}$$

$$R_{CC75^\circ} = \frac{P_{CC75^\circ}}{I_{1nom}^2} = \frac{317,7 \text{ W}}{(1,312 \text{ A})^2} \Rightarrow \boxed{R_{CC75^\circ} = 184,6 \Omega}$$

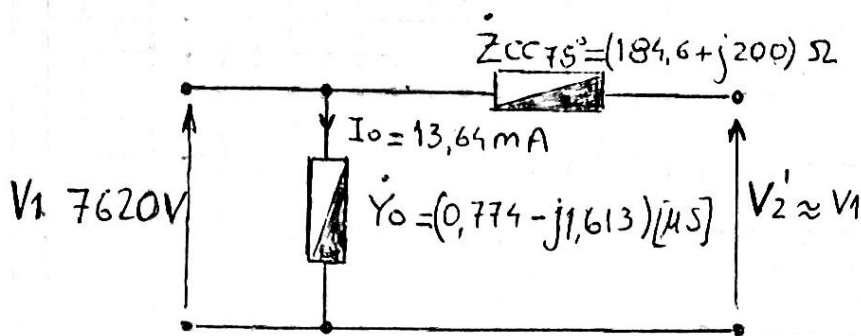
La impedancia de corto circuito a 75°C , será:

Recordamos que la reactancia no var con la temp.

$$\dot{Z}_{cc75^{\circ}} = R_{cc75^{\circ}} + jX_{cc} = Z_{cc75^{\circ}} \angle \varphi_{cc75^{\circ}}$$

$$\dot{Z}_{cc75^{\circ}} = 184,6 + j200 = 272,2 \angle 47,29^{\circ} [\Omega]$$

Circuito equivalente del transformador (Simplificado)



La admitancia del lado de media tensión será:

$$Y_0 = \frac{Y_0 (\text{Baja Tensión})}{r_t^2} = \frac{1,948 \times 10^{-3}}{33^2} \Rightarrow Y_0 = 1,789 [\mu\text{S}]$$

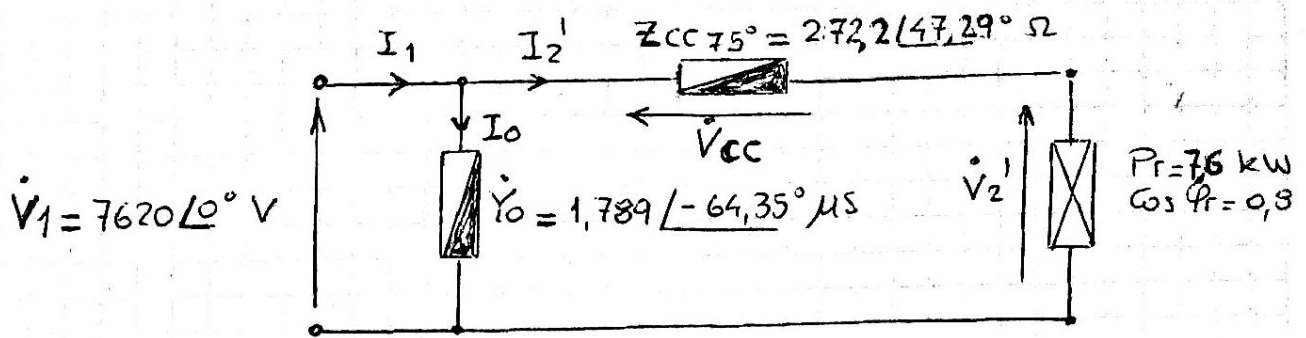
La corriente de vacío del lado de media tensión será:

$$I_0 = \frac{I_0 (\text{Baja tensión})}{r_t} \Rightarrow I_0 = 13,64 [\text{mA}]$$

$$\dot{Y}_0 = 1,789 \angle -64,35^{\circ} [\mu\text{S}] = (0,774 - j1,613) [\mu\text{S}]$$

$$\dot{I}_0 = 13,64 \angle -64,35^{\circ} [\text{mA}] = (5,903 - j2,29) [\text{mA}]$$

Análisis en Condición de Plena Carga



$$I_r = \frac{P_r}{V_r \cdot \cos \varphi_r} = \frac{76000 \text{ W}}{220 \text{ V} \cdot 0,8} \Rightarrow I_r = 43,2 \text{ A}$$

$$I_r' = I_2' = \frac{I_r}{\Gamma_t} = \frac{43,2}{33} \Rightarrow I_2' = 1,31 \text{ A}$$

$$V_{cc} = Z_{cc75^\circ} \cdot I_2' = 272,2 \Omega \cdot 1,31 \text{ A} = 356,6 \text{ V}$$

$$Z_r = \frac{V_{r \text{ nom}}}{I_{r \text{ nom}}} = \frac{220 \text{ V}}{43,2 \text{ A}} \Rightarrow Z_r = 5,095 \Omega$$

$$\varphi_r = \arccos 0,8 = 36,87^\circ$$

La impedancia del receptor de B.T. referida al 1°:

$$Z_r' = Z_r \cdot \Gamma_t^2 = 5,095 \cdot 33^2 = 5548,2 [\Omega]$$

$$\dot{I}_2' = \frac{\dot{V}_1}{Z_{cc75^\circ} + Z_r'} = \frac{7620 \angle 0^\circ}{272,2 \angle 47,29^\circ + 5548,2 \angle 36,87^\circ}$$

$$\dot{I}_2' = \frac{7620}{184,6 + j200 + 4438,5 + j3328,9} = \frac{7620}{4623,1 + j3528,9}$$

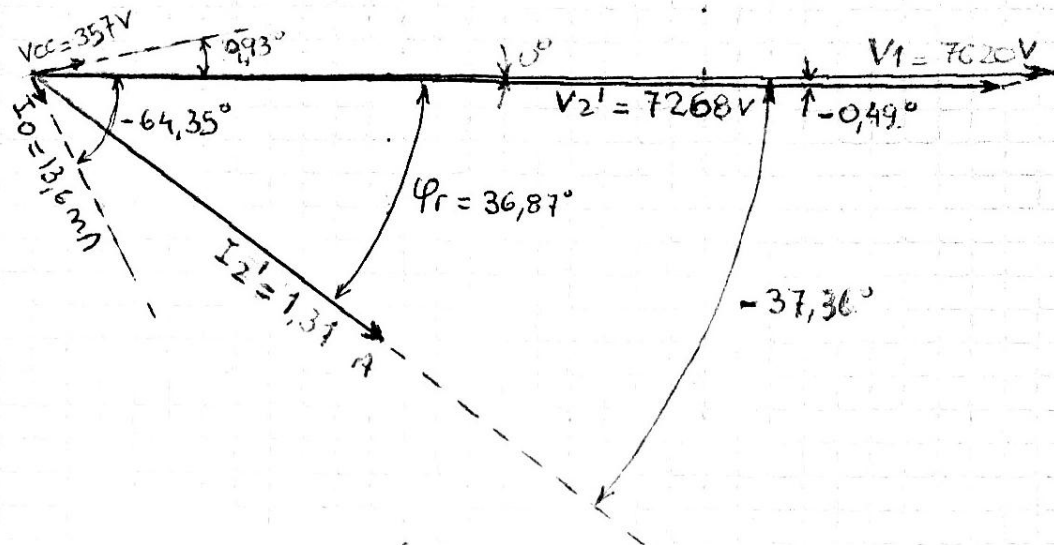
$$\dot{I}_2' = \frac{7620 \text{ V}}{5816,02 \angle 37,36^\circ \Omega} \Rightarrow \dot{I}_2' = 1,31 \angle -37,36^\circ [\text{A}]$$

$$\dot{V}_{cc75^\circ} = \dot{I}_2' \cdot Z_{cc75^\circ} = 1,31 \angle -37,36^\circ \cdot 272,2 \angle 47,29^\circ$$

$$\dot{V}_{cc75^\circ} = 356,6 \angle 9,93^\circ [\text{V}]$$

$$\dot{V}_2' = \dot{I}_2' \cdot Z_r = 1,31 \angle -37,36^\circ \cdot 5548,2 \angle 36,87^\circ$$

$$\dot{V}_2' = 7268 \angle -0,49^\circ \text{ [V]}$$



$$I_2 = I_r = 1,31 \cdot 33 = 43,23 \text{ A}$$

$$V_2 = V_r = 7268 / 33 = 220,2 \text{ V}$$

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2' + \dot{I}_0 = 1,31 \angle -37,36^\circ + 0,0136 \angle -64,35^\circ \Rightarrow$$

$$\dot{I}_1 = 1,322 \angle -37,63^\circ \text{ A}$$

Calculamos todas las potencias

Potencia de entrada:

$$\begin{aligned} \dot{S}_1 = \dot{V}_1 \cdot \dot{I}_1^* &= 7620 \angle 0^\circ \cdot 1,32 \angle +37,63^\circ = 10058,4 \angle 37,63^\circ \text{ VA} \\ &= 7966 \text{ W} + j 6141,3 \text{ VAR} \end{aligned}$$

Potencia en Y_0 :

$$\begin{aligned} \dot{S}_0 = \dot{V}_1 \cdot \dot{I}_0^* &= 7620 \angle 0^\circ \cdot 0,01364 \angle 64,35^\circ = 103,9 \angle 64,35^\circ \text{ VA} \\ &= 45 \text{ W} + j 93,7 \text{ VAR} \end{aligned}$$

Potencia en Z_{cc} :

$$\begin{aligned} \dot{S}_{cc} = \dot{V}_{cc} \cdot \dot{I}_2'^* &= 356,6 \angle 9,93^\circ \cdot 1,31 \angle 37,36^\circ = 467,2 \angle 47,29^\circ \text{ VA} \\ &= 316,9 \text{ W} + j 343,3 \text{ VAR} \end{aligned}$$

Potencia en Z_r :

$$\begin{aligned} \dot{S}_r = \dot{V}_r \cdot \dot{I}_2'^* &= 7268 \angle -0,49^\circ \cdot 1,31 \angle 37,36^\circ = 9521,1 \angle 36,87^\circ \text{ VA} \\ &= 7616,9 \text{ W} + j 5712,7 \text{ VAR} \end{aligned}$$

$$\dot{S}_1 = \dot{S}_0 + \dot{S}_{cc} + \dot{S}_r = 45 + j94 + 317 + j343 + 7617 + j5713$$

$$7966 + j6141 \approx 7979 \text{ W} + j6150 \text{ VAR}$$

$$\eta_T = \frac{P_r}{P_1} \cdot 100 = \frac{7617}{7979} \cdot 100 = 95,46\%$$

Rendimiento

Si aplicamos la ec. clásica para calcular el rendimiento, con el factor de carga $v = \frac{S}{S_{nom}}$

$$\eta_T = \left(1 - \frac{P_0 + v^2 \cdot P_{cc75^\circ}}{P_0 + v^2 \cdot P_{cc75^\circ} + v \cdot P_r} \right) \cdot 100$$

Para condición de plena carga, el factor de carga $v = 1$

$$\eta_T = \left(1 - \frac{45 + 1^2 \cdot 317}{45 + 1^2 \cdot 317 + 1 \cdot 7600} \right) \cdot 100 = \left(1 - \frac{362}{362 + 7600} \right) \cdot 100$$

$$\eta_T = \left(1 - \frac{362}{7962} \right) \cdot 100 = 95,45\%$$

También podemos hacer a partir de la corriente de carga:

$$I_r = \frac{7600 \text{ W}}{220 \text{ V} \cdot 0,8} = 43,18 \text{ A}$$

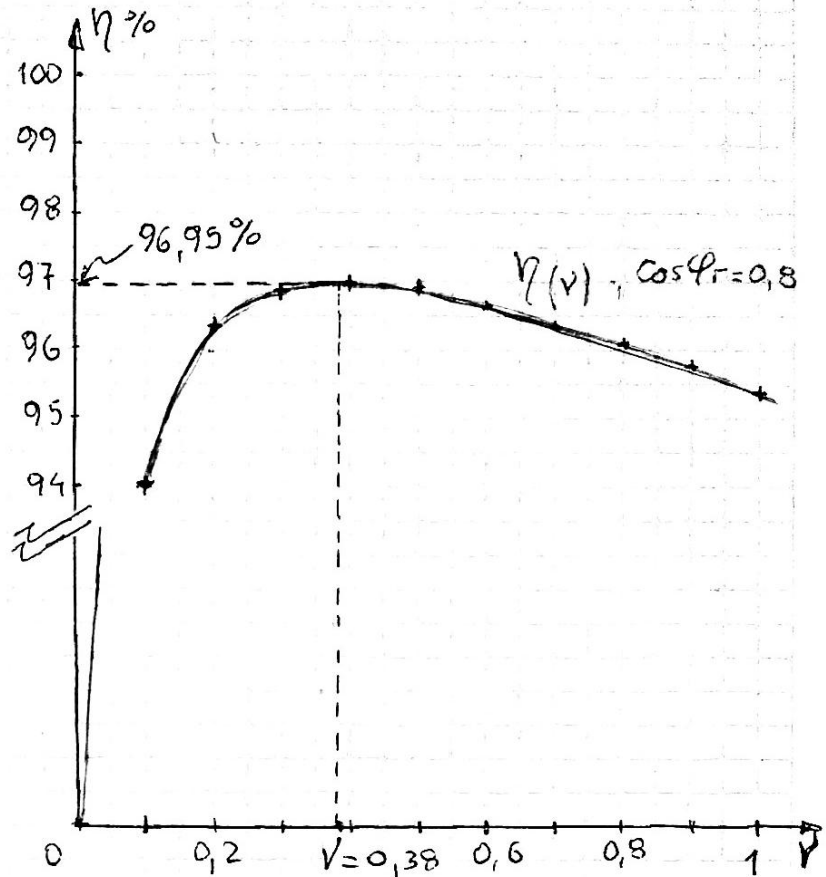
$$I_r' = \frac{43,18}{33} = 1,3085 \text{ A}$$

Potencia perdida en el cobre es:

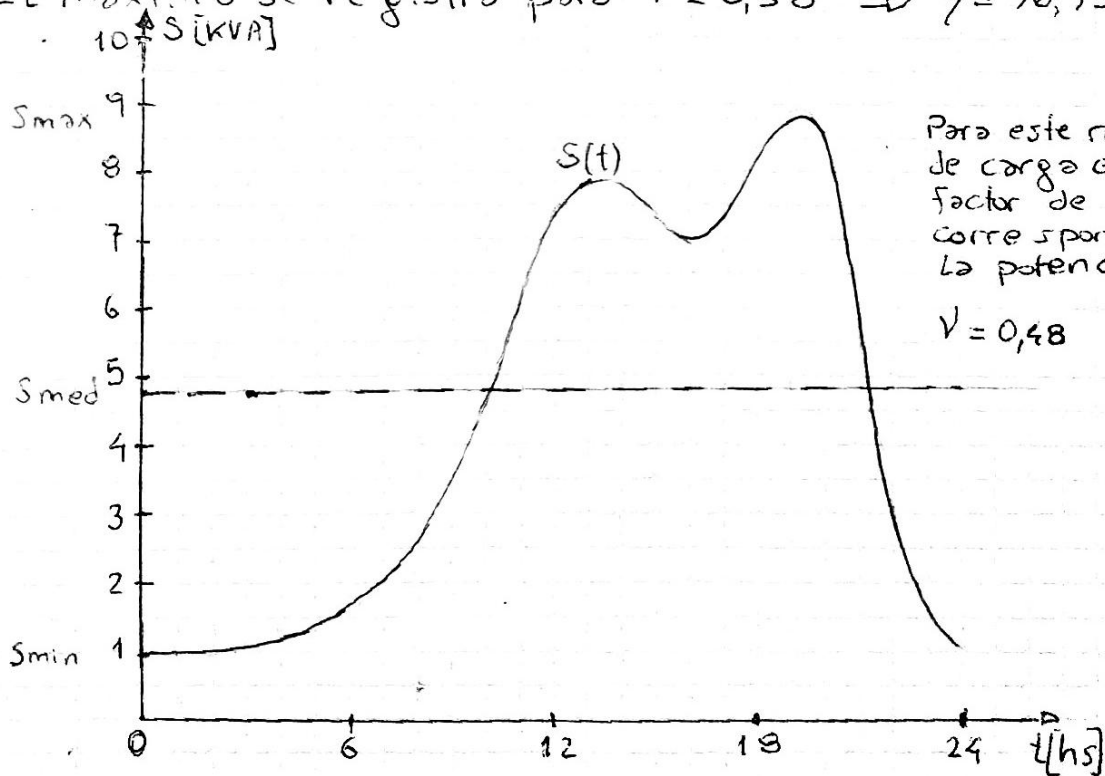
$$P_{cc75^\circ} = I_2'^2 \cdot R_{cc75^\circ} = (1,3085 \text{ A})^2 \cdot 184,6 \Omega = 316 \text{ W}$$

Calculamos rendimientos para distintas condiciones de carga (V variable), con $\cos \phi_r = 0,8$:

V	η %
0	0
0,1	94,04
0,2	96,35
0,3	96,88
0,4	96,95
0,5	96,84
0,6	96,63
0,7	96,38
0,8	96,09
0,9	95,78
1	95,45
1,1	95,10



EL máximo se registra para $V = 0,38 \Rightarrow \eta = 96,95\%$



Cálculo de la tensión de salida 2^2 , para distintas condiciones de carga:

$$\left. \begin{aligned} \dot{V}_2' &= \dot{I}_2' \cdot \dot{Z}_r' \\ \dot{I}_2' &= \frac{\dot{V}_1}{\dot{Z}_{cc75^\circ} + \dot{Z}_r'} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \dot{V}_2' = \frac{\dot{V}_1 \cdot \dot{Z}_r'}{\dot{Z}_{cc75^\circ} + \dot{Z}_r'} \Rightarrow \dot{V}_2' = \frac{\dot{V}_1}{\left(\frac{\dot{Z}_{cc75^\circ}}{\dot{Z}_r'} + 1\right)}$$

$$\dot{Z}_r = V_r / I_r$$

$$\text{En nuestro caso: } \dot{V}_2' = \frac{7620}{\left(\frac{272,2 \angle 47,24^\circ}{33^2 \cdot \frac{220 \angle 36,87^\circ}{I_r}} + 1\right)}$$

$$\dot{V}_2' = \frac{7620}{\left(\frac{I_r \cdot 272,2 \angle 47,29^\circ - 36,87^\circ}{33^2 \cdot 220} + 1\right)}$$

$$\dot{V}_2 = \frac{\dot{V}_2'}{r_L} = \frac{7620}{\left(\frac{I_r \cdot 272,2 \angle 10,42^\circ}{33^2 \cdot 220} + 1\right)} \cdot 33$$

$$\dot{V}_2 = \frac{7620}{\left(\frac{I_r \cdot 272,2 \angle 10,42^\circ}{33 \cdot 220} + 33\right)}$$

V	I _r	\dot{V}_2
0	0	231 $\angle 0^\circ$
0,1	4,329	229,8 $\angle -0,05^\circ$
0,2	8,658	228,7 $\angle -0,12^\circ$
0,3	12,987	227,6 $\angle -0,15^\circ$
0,4	17,316	226,5 $\angle -0,20^\circ$
0,5	21,645	225,5 $\angle -0,25^\circ$
0,6	25,974	224,4 $\angle -0,30^\circ$
0,7	30,303	223,3 $\angle -0,35^\circ$
0,8	34,632	222,3 $\angle -0,40^\circ$
0,9	38,960	221,3 $\angle -0,44^\circ$
1,0	43,29	220,2 $\angle -0,49^\circ$
1,1	47,619	219,2 $\angle -0,54^\circ$

Característica de regulación del transformador

